

演習(9)解答例

1. 未定係数法によって、次の非同次微分方程式の特殊解を求めなさい。

$$y'' + 2y' + 5y = 5\sin x$$

【解】 右辺非同次項の関数形から、特殊解の関数形は

$$y = A\sin x + B\cos x \quad (A, B \text{ は定数})$$

と考えられる. [1点]

$$y' = A\cos x - B\sin x, \quad y'' = -A\sin x - B\cos x$$

を与式に代入すると,

$$-A\sin x - B\cos x + 2(A\cos x - B\sin x) + 5(A\sin x + B\cos x) = 5\sin x$$

$$(4A - 2B)\sin x + (4B + 2A)\cos x = 5\sin x$$

$$4A - 2B = 5, \quad 4B + 2A = 0 \quad [2点] \text{ より, } A = 1, \quad B = -\frac{1}{2}$$

したがって、非同次方程式の特殊解は

$$y = \sin x - \frac{1}{2}\cos x \quad [2点]$$

である.