

演習(2)解答例

1. 車輪が x 軸周りに角速度 3 s^{-1} で回転している (回転方向は原点から正の x 方向を見たとき時計回りとする). 点 $(2, 2, 2)$ (長さの単位は m とする) における速度ベクトル \mathbf{v} と速さ $|\mathbf{v}|$ を求めなさい.

【解】 角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega} = 3\mathbf{i} \text{ s}^{-1}$ で [1 点], $\mathbf{r} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ であるから,

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -6\mathbf{j} + 6\mathbf{k} = [0, -6, 6] \quad (\text{単位は m/s}) \quad [+1 \text{ 点}]$$

$$|\mathbf{v}| = 6\sqrt{2} \quad (\text{単位は m/s}) \quad [+1 \text{ 点}]$$

2. 辺ベクトルが $\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $-2\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $-2\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$ の平行六面体の体積 V をスカラー 3 重積の性質を利用して求めなさい.

【解】 カラー 3 重積の性質から,

$$V = |(\mathbf{i} + \mathbf{j} \quad -2\mathbf{i} + 2\mathbf{k} \quad -2\mathbf{i} - 3\mathbf{k})| = |(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot [(-2\mathbf{i} + 2\mathbf{k}) \times (-2\mathbf{i} - 3\mathbf{k})]|$$

$$= \left\| \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -3 \end{vmatrix} \right\| = \left| \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \right| = 10 \quad [2 \text{ 点}]$$