

『微分方程式』 期末試験問題

解答上の注意 解答にあたっては、思考の過程が明確にたどれるように途中の計算も書くこと。
結果だけの答案は採点しない。

1. 次の1階微分方程式を解きなさい。[各 10 点]

$$(1) \frac{dy}{dx} = e^x \cos x \qquad (2) y = px + \cos p \quad (\text{ただし, } p = \frac{dy}{dx} = y' \text{ とする})$$

2. 次の1階微分方程式について設問に答えなさい。[各 10 点]

- (1) $y' - 5y = 0$ の一般解を求めなさい。
- (2) $y' - 5y = e^{3x}$ の一般解を求めなさい。
- (3) (2) の一般解のうちで、 $y(0) = 1$ を満たす特殊解を求めなさい。

3. 次の定数係数非同次2階線形微分方程式について以下の設問に答えなさい。[各 10 点]

$$y'' - 4y = 5 \sin x$$

- (1) 特性方程式を解くことによって同次方程式 $y'' - 4y = 0$ の一般解を求めなさい。
- (2) 非同次方程式 $y'' - 4y = 5 \sin x$ の特殊解を求めなさい。
- (3) この非同次方程式の解で、 $x = 0$ において $y = 0$ 、 $y' = 0$ を満たす特殊解を求めなさい。

4. 鉛直に支持された初期質量 M_0 の小型ロケットが、点火後に一定の割合 Q_{mf} で燃料を燃焼して、ロケットに相対的に速度 w_e で大気中に噴射し、速度 u で鉛直に上昇したものとする。空気抵抗を無視し、重力加速度を g とすれば、このときの運動方程式は、

$$(M_0 - Q_{mf}t) \frac{du}{dt} = Q_{mf} w_e - (M_0 - Q_{mf}t)g$$

で与えられる。

- (1) この微分方程式の解 u を求めなさい。ただし、点火時刻 $t = 0$ で $u = 0$ とする。[15 点]
- (2) $M_0 = 400 \text{ kg}$ 、 $Q_{mf} = 5.0 \text{ kg/s}$ 、 $w_e = 1.5 \text{ km/s}$ の時、10 秒後のロケットの速度 u を求めなさい。[5 点]

ヒント (1)では与式を $(M_0 - Q_{mf}t)$ で割ってから考えよう。

2020 年 8 月 24 日(月) 時間 50 分

科目	担当者	学科名	年次
微分方程式	小林 晋	機械工学科	2

注意 筆記用具と教科書、電卓以外の持ち込みはいっさい許可しない。