『微分方程式』期末試験問題

解答上の注意 **解答にあたっては，思考の過程が明確にたどれるように途中の計算も書くこと。結果だけの答案は採点しない。**

１．次の 1 階微分方程式を解きなさい。［各 10 点］

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \log x$　　(2) $y = xp + p(p-1)$（ただし， $p = \dfrac{dy}{dx} = y'$ とする）

２．次の 1 階微分方程式について設問に答えなさい。［各 10 点］

(1) $y' - 2y = 0$ の一般解を求めなさい。

(2) $y' - 2y = 2e^{3x}$ の一般解を求めなさい。

(3) (2)の一般解のうちで， $y(0) = 1$ を満たす特殊解を求めなさい。

３．次の定数係数非同次２階線形微分方程式について以下の設問に答えなさい。［各 10 点］

$$y'' - y' - 2y = e^{3x}$$

(1) 特性方程式を解いて同次方程式 $y'' - y' - 2y = 0$ の一般解を求めなさい。

(2) 非同次方程式 $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ の特殊解を求めなさい。

(3) 非同次方程式の解で，$x = 0$ において $y = 0$， $y' = 0$ を満たす特殊解を求めなさい。

４．殺人事件の被害者の死体が，或る夜の 11 時に発見された。警察医が午後 11 時 30 分に到着し，直ちに体温 T を測定したところ 34.5℃であった。その 1 時間後に再び測定したところ，体温は 33.8℃だった。室温 T_0 は一定値 20.0℃とする。

(a) 死体から失われる熱量は体温と室温の温度差に比例する。時刻を t とすると，次の関係式が成り立つ。

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$$

これを解いて，体温 T を時刻 t の関数で表しなさい。［7 点］

(b) 条件から k および積分定数を決定しなさい。［7 点］

(c) 被害者が生きていた時の体温を 36.5℃として，死亡時刻を推定しなさい。［6 点］

2021 年 8 月 2 日(月)　時間 50 分

科目	担当者	学科名	年次
微分方程式	小林　晋	機械工学科	2

注意　筆記用具と教科書以外の持ち込みはいっさい許可しない。

※ ４の問題において，電卓がないと k の値が求まらないため，(a)を 10 点，(b)で積分定数を求めて 10 点とした。