

流体力学及び演習 I 期末試験解答例(2021)

1. 水中の平板に作用する全圧力は、板の図心に作用する圧力 p に板の面積 S を乗じたものとして求まる。図心は水槽の底から 1.00 m (水面から 5.00 m) の位置にあるから、この点の水圧 (ゲージ圧) は

$$1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.807 \text{ m/s}^2 \times 5.00 \text{ m} = 4.90 \times 10^4 \text{ Pa} \text{ [途中点 5 点]} \text{ (有効桁数 3 桁で計算)}$$

したがって、全圧力は

$$P = p \cdot S = 4.90 \times 10^4 \text{ Pa} \times (3.00 \text{ m}) \times (2.00 \text{ m}) = 2.94 \times 10^5 \text{ N} \text{ [+10 点]} \text{ (単位を Pa とした人は 5 点減点)}$$

圧力中心 C の深さ y_C は、公式に代入して

$$y_C = 5.00 \text{ m} + (2.00 \text{ m})^2 / (12 \times 5.00 \text{ m}) = 5.07 \text{ m} \text{ [+5 点]}$$

下端に加える力を F とおけば、力のモーメントの釣り合いより

$$F \times 2.00 \text{ m} = P \times (5.07 \text{ m} - 4.00 \text{ m}) \quad F = 1.57 \times 10^5 \text{ N} \text{ [+5 点]}$$

2. 1 秒あたりの体積流量 Q は、 $Q = 1.2 \text{ m}^3 / (60 \text{ s}) = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ [+5 点]

管内平均流速 v は断面積と流量の関係より、 $v = 4Q / (\pi d^2) = 0.636 \text{ m/s}$ [+10 点]

3. 左側のグリセリンと水銀の界面における圧力 p_1 は、 $p_1 = p_A + \rho_A g h_1$ (ρ_A はグリセリンの密度、 h_1 はグリセリン液面と水銀との界面の高度差とする) [10 点]。この圧力は右側の管の同じ高度における圧力に等しい。したがって、ベンジンと水銀の界面における圧力は

$$p_1 - \rho' g h_2 \text{ (ここで、} h_2 \text{ は左側の水銀界面と右側の水銀界面の高度差とする)}$$

である。一方、ベンジン液面と水銀との界面の高度差を h_3 とおけば、ベンジンと水銀の界面における圧力は $p_B + \rho_B g h_3$ で与えられる。以上の結果より、

$$p_1 - \rho' g h_2 = p_B + \rho_B g h_3, \quad p_A + \rho_A g h_1 - \rho' g h_2 = p_B + \rho_B g h_3, \text{ [+10 点]}$$

$$\therefore p_A - p_B = \rho_B g h_3 - \rho_A g h_1 + \rho' g h_2 = (\rho_B h_3 - \rho_A h_1 + \rho' h_2)g = 24.7 \times 10^3 \text{ [Pa]} \text{ [+5 点]}$$

※適宜、途中点を与えた。

4. (1) くびれ部分と出口の間に連続の式を適用すると

$$\frac{\pi D^2}{4} V = \frac{\pi d^2}{4} v, \text{ これより } v = \left(\frac{D}{d} \right)^2 V \text{ [5 点]}$$

(2) 中心軸を通る流線上のくびれ部分と出口でベルヌーイの定理を適用すると

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v^2 \text{ [10 点]}$$

(3) 管中心軸と水銀柱右側の水銀面の高度差を h として、圧力の関係式を書くと、

$$p_1 + \rho g (h + H) = p_2 + \rho g h + \rho' g H \text{ したがって、} p_1 - p_2 = (\rho' - \rho) g H \text{ [10 点]}$$

(4) ベルヌーイの式に代入して v を消去し、(3)を用いて圧力差を消去する。

$$V = \frac{\sqrt{2(\rho' - \rho)gH}}{\sqrt{\rho \left\{ \left(\frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right\}}} \text{ [10 点]}$$