

流体力学 I 前半のポイント(中間試験直前特訓)

(1) 流体の物理的性質 →教科書の例題 1・1～1・3、問題 1・4

密度とは単位体積当たりの質量である。つまり、密度 $\rho = \frac{\text{質量}m}{\text{体積}V}$ 。したがって、質量の単位を kg、体積の単位を m^3 とすれば、密度の単位は kg/m^3 となる。例えば、或る油 4l の質量が 3.2kg であるとき、その油の密度は($1\text{l} = 10^{-3}\text{m}^3$ より)

$$\rho = \frac{3.2\text{kg}}{4 \times 10^{-3}\text{m}^3} = 800\text{kg}/\text{m}^3$$

となる。計算にあたっては単位を計算式中に明記する習慣をつけること。こうすれば、結果の単位は、単位どうしを計算することによって得られる。

比体積とは単位質量当たりの体積、つまり、比体積 $v = \frac{\text{体積}V}{\text{質量}m}$ である。すなわち、比体積は密度の逆数になる： $v = 1/\rho$ 。

比重とは、水の密度 ρ_w に対する物質の密度 ρ の比である。つまり、或る物質の密度が水の密度の何倍か、ということの意味する。比重 $s = \frac{\text{或る物質の密度 } \rho}{\text{水の密度 } \rho_w}$ 。比重が 1 より小さいならば水より軽く、1 より大きいならば水より重いことになる。密度どうしの比だから、比重は無次元で単位はない。或る物質の比重が与えられた場合、その物質の密度は水の密度を乗じて得られる。例えば、比重 13.5 の水銀の密度は

$$\rho = s \times \rho_w = 13.5 \times 1000 \text{ kg}/\text{m}^3 = 1.35 \times 10^4 \text{ kg}/\text{m}^3$$

のように求まる。

(2) 粘度と粘性応力 →例題 1・3、問題 1・6、1・7

流体中の隣り合う層の間に速度差があるとき、境界面に沿って摩擦力に相当する力が生じて、速度を平均化しようとする働きがある。これを流体の粘性といい、粘性によって生じる単位面積当たりの力を粘性応力と呼ぶ。粘性応力 τ は速度勾配に比例し、その比例定数 μ を粘度と呼んでいる。粘度を密度で割ったものを**動粘度**と呼んでいる。

$$\tau = \mu \times \text{速度勾配} = \mu \frac{\text{速度変化量 } \Delta V}{\text{その速度変化に要する 距離 } \Delta y}$$

速度勾配は速度分布が与えられないと正確には求まらない。実用上は速度が直線的に変化する線形分布に仮定して計算を行うのが普通である。例えば、1mm の隙間で速度が 0 から 3 m/s に変化している場合、速度勾配 $= (3 - 0) \text{ m/s} \div (10^{-3} \text{ m}) = 3 \times 10^3 \text{ 1/s}$ となる。このように速度勾配の次元は時間の逆数になる。

粘性応力はあくまでも単位面積当たりの力であり、粘性によって働く力（粘性力）を求めるには、粘性応力の作用している面の面積を乗じなければならない。

$$\text{粘性力} = \text{粘性応力 } \tau \times \text{面積 } S$$

(3) 圧力とその性質 → 例題 2・1～2・3、問題 2.2～2.4

圧力は考えている面に対して垂直に作用する。圧力は粘性応力同様に単位面積当たりの力で、単位は N/m^2 である。静止している流体中では圧力は高度（深さ）によって変化する。例えば、水面における大気圧を p_0 、水面から測った深さを、水の密度を ρ_w 、重力加速度を g とすると、深さ z における水圧は

$$p = p_0 + \rho_w g z$$

である。また、地表面における大気圧を p_0 、地表面から測定した高度を h 、空気の密度を ρ とすると、

$$p = p_0 - \rho gh$$

となる。ここで、右辺第2項の符号に注意しよう。深くなれば水圧は高くなり、上空に行くほど気圧は減少するというイメージを持っていれば、符号を間違えることはない。また、どの密度（水か空気か）を使うか、状況によって判断すること。水深 10m でのゲージ圧（大気圧を基準とした圧力）は

$$\rho_w g z = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 10 \text{ m} = 9.81 \times 10^4 \text{ Pa} = 98.1 \text{ kPa}$$

1 気圧は 101.3 kPa だから、これはおよそ 1 気圧に相当することがわかる。なお、単位の計算は

$$\text{kg/m}^3 \times \text{m/s}^2 \times \text{m} = \text{N/m}^2 = \text{Pa} \quad (\because \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N}, \text{Pa} = \text{N/m}^2)$$

Pa（パスカル）という単位の定義（ $=\text{N/m}^2$ ）と、N（ニュートン） $=\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ は**必須の基礎知識**である。

(4) 気体の及ぼす圧力

気体の場合、通常のスケールでは圧力は高さに無関係（つまり一定）と考えていいので、計算は楽。面積 S の平板に圧力 p が作用する場合、図心に全圧力 $P = pS$ が働くと考えた場合と力学的に等価（分布加重の場合と合力および合モーメントが等しい）である。

円管や球殻に作用する圧力による力については、仮想密閉容器を考える方法をマスターすると計算が楽である。

(5) 板面に作用する水圧力 → 例題 2・4、問題 2.5～2.8

平板の場合、

$$\text{全圧力} = \text{図心における圧力} \times \text{板の面積}$$

という関係を利用する（これは知っているとう便利）。複雑なのは圧力中心（全圧力の作用すべき点）の計算で、一般には面積 2 次モーメントの回転半径 k と図心の位置から計算する公式がある（教科書 p.16；記憶する必要はない）。代表的な圧力中心の位置は教科書 p.17 の図 2.11 に示されている。

(6) 浮力 → 問題 2.10、2・11

浮力は閉曲面に作用する圧力の合力によって生じる。気体中など、密度が小さい場合は無視できるが、液中では無視できない。浮力 B の大きさは、閉曲面の浸っている流体の密度を ρ 、閉曲面の排除体積（閉曲面が存在することによって押しのけられた流体の体積）を V 、重力加速度を g とすると、

$$B = \rho V g$$

で与えられる（アルキメデスの原理）。

(7) 相対的静止 → 例題 2・5、2・7、問題 2.9、2・12

流体が加速度 a で加速度運動している場合、加速度運動している座標系から観察すれば、力の釣り合いの問題に帰着できる。このとき、 $-ma$ の慣性力が見かけの力として加わる。例えば、液体の入った容器があったとする。容器が静止しているならば水面は重力に垂直な平面になる。いま、容器が加速度 a で加速度運動しているとすると、水面にある質量 dm の微小流体部分は、重力 dmg と見かけの力 $-dma$ が作用し、その合力 dmg' として見かけの重力加速度 g' が生じる。このとき水面は g' の方向に垂直になる。

