

期末試験問題(ベクトル解析基礎)

解答上の注意

試験時間は50分です [各問10点, 50点満点].

まず, 各自の学籍番号末尾3桁の数字 N (ただし頭が0の場合は無視する. 例えば098ならば98, 003ならば3とすること) を答案用紙所定の枠内に記入し, 以下の計算を行うこと.

$l = (N \text{ を } 2 \text{ で割った余り}) + 1$, $m = (N \text{ を } 3 \text{ で割った余り}) + 1$, $n = (N \text{ を } 5 \text{ で割った余り}) - 2$ とする. あなたの数値を答案用紙上部の空欄に記入しなさい. 用意された解答用紙を使用せずに, ノートやレポート用紙などに記入してもいいが, できるだけ解答用紙と同じ形式にし, 1枚に収めること.

試験終了後、約30分以内に答案用紙の写真(jpeg/jpg)あるいはスキャン画像(pdf)を, 採点できるように鮮明な画像であることに留意して WebClass に提出すること. 提出時間は充分に取ってあるのであわてる必要はない. 締切時間を越えての提出は認められない.

1. 頂点の座標がそれぞれ $A(0, 1, 2)$, $B(5, l, 6)$, $C(1, 2, m)$, $D(n, 3, 1)$ で与えられる平行六面体 $ABCD$ の体積 V を, スカラー三重積を利用して求めなさい.

2. 点 $P(l, m, n)$ におけるスカラー関数 $f = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ の $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 方向の方向微分係数 $D_{\mathbf{a}}f$ を求めなさい (\mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} は各軸方向の単位ベクトルとする).

3. 次の線積分を計算しなさい.

$$\int_{(0,0)}^{(\pi/2, \pi/2)} (l \cos lx \cos my dx - m \sin lx \sin my dy)$$

4. 曲面 $z = 6x^2 + 9y^2$ の下で, 頂点を $(0, 0, 0)$, $(l, 0, 0)$, $(0, m, 0)$, $(l, m, 0)$ とする xy 平面上の矩形の上の領域の体積を計算しなさい.

5. 面積分 $\frac{1}{\pi} \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA$ の値をガウスの発散定理を用いて求めなさい. ここで, $\mathbf{F} = [lx, nx^2y, -nx^2z]$, S : 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, とする.

注意 積分記号の前に係数 $1/\pi$ が付いていることに注意すること.