（令和５年度）

工　学　部

入　学　試　験　問　題

奨学生12月17日

数　　学

注　意　事　項

1．試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開かないこと。
2．問題冊子に落丁，乱丁があった場合は，試験監督者に申し出ること。
3．試験監督者の指示に従って，解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入し，その下のマーク欄にもマークすること。
4．受験番号が正しくマークされていない場合は，採点できないことがある。
5．マーク方式の解答方法は，下の『**解答上の注意**』をよく読むこと。
6．試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

解 答 上 の 注 意

マーク方式での解答例

問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などの $\boxed{}$ には，特に指示のない限り，数字または符号（－，±）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答すること。

① ア，イ，ウ，……の一つ一つは，それぞれ０から９までの数字，または，－，±のいずれか一つに対応する。それらをア，イ，ウ，……で示された解答欄にマークする。

〔例〕 $\boxed{\text{アイ}}$ に－８と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

② 分数形で解答が求められているときは，既約分数で答える。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

〔例〕 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

数　学

次の $\boxed{}$ にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1)　5 個の数字 1，2，3，4，5 を一つずつ記入した 5 枚のカードから 3 枚のカードを取り出す。
3 枚のカードに書かれた数字の積が偶数になる確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2)　2 次関数 $y=2x^2+6x$ のグラフを x 軸方向に a，y 軸方向に b だけ平行移動すると，2 点 $\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$ を通る。このとき，$a=\boxed{\text{エ}}$，$b=\boxed{\text{オ}}$ である。

(3)　方程式 $3^{2x}+3^{x+2}-36=0$ を解くと $x=\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　3 つのベクトル $\vec{a}=(-1,\ 3)$，$\vec{b}=(2,\ 1)$，$\vec{c}=(-2,\ x)$ がある。2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を 2：1 に内分する点 P の位置ベクトルを $\vec{p}$ とする。$\vec{c}$ と $\vec{p}$ が直角に交わるのは，$x=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のときである。

必答問題

2．以下の問いに答えよ。

(1) 735 と 588 の最小公倍数は $\boxed{\text{ケコサシ}}$ であり，この最小公倍数を 8 進数で表すと $\boxed{\text{スセソタ}}$ である。

(2) k を自然数とする。735 と 588 の最大公約数は $\boxed{\text{チツテ}}$ であり，$\dfrac{735}{588}k$ が自然数となる最小の k は $\boxed{\text{ト}}$ である。

（次の頁に問題が続きます）

必答問題

3.　さいころを投げ，出た目が 2 以下の場合は数直線上を正の向きに 1 進み，出た目が 3 以上の場合は数直線上を正の向きに 2 進む。原点から出発するものとし，n 進んだ位置に至る確率を p_n とする。

p_n，p_{n+1}，p_{n+2} の間には次式が成立する。

$$p_{n+2} = \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}} p_{n+1} + \frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}} p_n$$

この式を変形すると次式となる。

$$p_{n+2} - p_{n+1} = -\frac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}} (p_{n+1} - p_n)$$

また，各値は下記の通りである。

$$p_1 = \frac{\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}},\quad p_2 = \frac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$$

階差数列は次式のように表される。

$$p_{n+1} - p_n = \frac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}} \left(-\frac{\boxed{ム}}{\boxed{メ}} \right)^{n-1}$$

n が 2 以上のとき次式が成立する。

$$p_n = p_1 + \frac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}} \sum_{k=1}^{n-1} \left(-\frac{\boxed{モ}}{\boxed{ヤ}} \right)^{n-1}$$

したがって，p_n を表す式が次のように求められ，これは $n = 1$ のときにも成立する。

$$p_n = \frac{\boxed{ユ}}{\boxed{ヨ}} - \frac{\boxed{ラ}}{\boxed{リル}} \left(-\frac{\boxed{レ}}{\boxed{ロ}} \right)^{n-1}$$

必答問題

4．　xy 平面上に 3 点 O(0, 0)，A(2, 0)，B(0, 4) が与えられている。また，点 $(-2,\ -1)$ を通り，傾き a の直線を l，2 点 A，B を通る直線を m とする。

(1)　直線 l の方程式は

$$y = ax + \boxed{\text{ワ}}\,a - \boxed{\text{ン}}$$

である。

(2)　直線 l と直線 m が垂直に交わるのは $a = \dfrac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}}$ のときである。

(3)　直線 l が △OAB の重心を通るとき，$a = \dfrac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$ であり，直線 l は直線 m と

$\left(\dfrac{\boxed{\text{おか}}}{\boxed{\text{きく}}},\ \dfrac{\boxed{\text{けこ}}}{\boxed{\text{きく}}}\right)$ で交わる。このとき，x 軸，y 軸，直線 l，直線 m で囲まれる面積は

$\dfrac{\boxed{\text{さしす}}}{\boxed{\text{せそ}}}$ である。

（以　上）

（計　算　用　紙）