

数 学

ウ		$\pm$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	$-$	$\pm$	0	1	2	3		5	6	7	8	9
オ	$-$	$\pm$	0	1	2	3	4		6	7	8	9

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

- (1) 2 次関数 $y = -x^2 + 6x + m$ について、定義域 $1 \leq x \leq 4$ における最大値が 10 となるとき、 m は ア である。また、このときの定義域における最小値は イ である。

- (2) 4 人でカードを用いたゲームをする。各人は 3 枚のカードを持っている。カードには記号が書かれており、A、B、C の記号が 1 枚ずつある。各人が、いずれか 1 枚のカードを選択して机の上に伏せる。伏せた 4 人分のカードを一斉にめくって記号により勝敗を決める。A は B より強く、B は C より強く、C は A より強いとする。めくった 4 枚のカードがすべて同じ記号か、または、A、B、C の全種類の記号が各 1 枚以上含まれたら、勝負は引き分けとする。引き分けになるのは ウ エ 通りである。

- (3) $\triangle OAB$ において、 $OA = 3$ 、 $OB = 4$ 、 $AB = \sqrt{13}$ とする。このとき $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$ オ である。

- (4) 関数 $y = (3x - 2)(x^2 + 2x + 1)$ を微分すると、

$$y' = \text{ カ } x^2 + \text{ キ } x - \text{ ク }$$

となる。

必答問題

2.

$x = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ のとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $x + y$ の値を求めると,

$$x + y = \boxed{\text{ケコ}}$$

となる。

(2) xy の値を求めると,

$$xy = \boxed{\text{サ}}$$

となる。

(3) $2x^2 - 6xy + 2y^2$ の値を求めると,

$$2x^2 - 6xy + 2y^2 = \boxed{\text{シス}}$$

となる。

必答問題

3.

円の方程式に関する以下の問いに答えよ。

(1) 次の方程式が表す円の中心座標と半径を求めたい。

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$$

$x^2 + 4x$ の平方完成は,

$$(x + \boxed{\text{セ}})^2 - \boxed{\text{ソ}}$$

である。また, $y^2 - 6y$ の平方完成は,

$$(y - \boxed{\text{タ}})^2 - \boxed{\text{チ}}$$

である。

したがって, 方程式 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$ は次のように変形できる。

$$(x + \boxed{\text{セ}})^2 - \boxed{\text{ソ}} + (y - \boxed{\text{タ}})^2 - \boxed{\text{チ}} + 9 = 0$$

上式をさらに変形すると,

$$(x + \boxed{\text{セ}})^2 + (y - \boxed{\text{タ}})^2 = \boxed{\text{ツ}}$$

となることから, 円の中心座標は $(-\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}})$, 半径は $\boxed{\text{ナ}}$ であることが求められる。

(2) 円 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ と直線 $x = 0$ の共通点の座標を求めたい。

直線の式 $x = 0$ を円の方程式に代入して整理すると,

$$(y - \boxed{\text{ニ}})^2 = \boxed{\text{ヌ}}$$

となるので,

$$y = \boxed{\text{ネ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

となる。

よって, 共通点の座標は, $(\boxed{\text{ハ}}, \boxed{\text{ネ}} + \sqrt{\boxed{\text{ノ}}})$ と $(\boxed{\text{ヒ}}, \boxed{\text{ネ}} - \sqrt{\boxed{\text{ノ}}})$

の 2 点であることが求められる。

必答問題

4.

1 時間ごとに質量の半分が消失してしまう液体 A が，容器の中に 200g 入っている。この容器に，1 時間後に液体 A を 40g 追加する。以降，1 時間おきに液体 A を 40g ずつ追加していくとする。以下の問いに答えよ。ただし， a_n は n 時間後に液体 A を追加した直後の液体 A の質量である。

(1) 3 時間後に液体 A を追加した直後の質量は $\boxed{\text{フヘ}}$ g である。

(2) a_{n+1} を a_n を用いて表すと，

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} a_n + \boxed{\text{ミム}}$$

であり，これを変形すれば，

$$a_{n+1} - \boxed{\text{メモ}} = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} (a_n - \boxed{\text{メモ}})$$

となる。

(3) a_n を n の式で表すと，

$$a_n = \boxed{\text{ヤユ}} \left(\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \right)^{n-1} + \boxed{\text{ヨラ}}$$

となる。

(4) この作業をじゅうぶん長い時間継続すると，容器内の液体 A の質量は $\boxed{\text{リル}}$ g に収束する。

(以 上)