

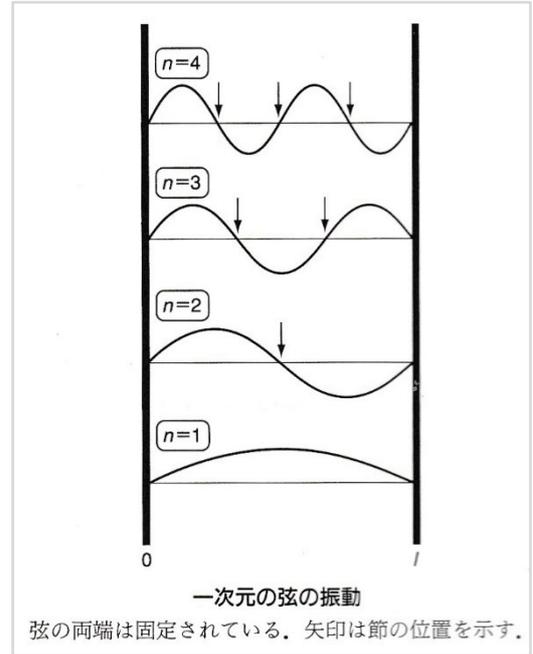
生命環境化学特別演習（第2回）

(1) 長さ l の弦の振動波形（右図）から、波の波長 λ_n を l, n を用いた簡単な式で示せ。（式の誘導は不要、答のみで可）

(2) 一次元の弦の振動は、時間 t において、 $g_n(t) = a_n \cos(\omega_n t + \phi_n)$ に従って振動するが、この角振動数 ω_n は $\omega_n = \frac{n\pi v}{l}$ で与えられる。

また一般に、振動数 ν_n と角振動数 ω_n には、 $\omega_n = 2\pi\nu_n$ の関係がある。

これらの関係式を用いて、波の速度 v を、 ν_n, l, n を用いた簡単な式で示せ。さらに、(1)の解答を用いて、波の速度 v を λ_n と ν_n を用いた簡単な式で示せ。



（速度の「 v 」と、振動数の「 ν (ニュー)」が判別しづらいので、色分けしています。）

【解答例】

(1) 0 から l までの波形を考えると、 $n=1$ では $1/2$ 波長分 ($\lambda_n = l/2$)、 $n=2$ では 1 波長分 ($\lambda_n = l$)、 $n=3$ では $3/2$ 波長分 ($\lambda_n = 1.5l$) ... と続きます。従って、 $l = \lambda_n \times \frac{n}{2}$ の関係になることがわかります。よって、波長 λ_n を l, n を用いた式にすると、 $\lambda_n = \frac{2l}{n}$ と示すことができます。

(2) $\omega_n = \frac{n\pi v}{l}$ および $\omega_n = 2\pi\nu_n$ より、 $\frac{n\pi v}{l} = 2\pi\nu_n$ となるので、これを v の式にすると、 $v = \frac{2\pi\nu_n l}{n\pi} = \frac{2\nu_n l}{n}$ となります。

さらに、(1)の $\lambda_n = \frac{2l}{n}$ をこれに代入すると、 $v = \lambda_n \nu_n$ と示すことができます。

つまり、波の速度 v は、波長と振動数の積であることがわかります。これは、一般的な波の性質とも一致します。