

【スライドの解説】

● 2-3

これは前回までのおさらいです。この続きからになりますので、忘れた場合は前回までのスライド・授業説明をぜひ参照願います。とくに、スライド3の「一次元の井戸型ポテンシャル」は、[前回授業・スライド13-15](#)で登場した条件と同じモデルです。ここで、シュレーディンガー方程式

$$\hat{H}\psi(x) = E\psi(x), \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \quad \text{を立て、固有値} \quad E = \frac{h^2 n^2}{8ma^2} \quad \text{および固有関数（ただし定数 } B \text{ がまだ残っている形）}$$

$\psi(x) = B \sin \frac{n\pi}{a} x$ を導きました。今回授業は、この続きから始まります。

● 4

これは、「シュレーディンガーの猫」という、有名なお話です。古典力学と量子力学との解釈（概念）の違いを表現しようとした思考実験の一例と考えて下さい。

いま、中の見えない密閉できる箱と、放射性物質のラジウム、それに放射線の検出器とリレー装置、ハンマー、青酸（毒ガス）を用意します。もし、検出装置がラジウムから出る放射線を検知したらリレーに電流が流れ、ハンマーが青酸ガスの入ったびんを叩き割るとします。

ラジウムの量をうまく調節すると、検出器を作動させる確率を変えられます。いま、この「検出器がラジウムを検知する」という確率を50%として、この状態でこの箱の中に猫を入れて密封します。以上が、シュレーディンガーの猫と呼ばれる実験の手順です。では、実験後にこの猫はどういう状態になっているのでしょうか？

「ニュートン力学（古典力学）」では、猫の状態を「生きている」か「死んでいる」かのいずれかの状態であると考えます。ただし、どちらかは箱を開けない限りわかりません。よって、2つの仮定（生きている場合と死んでいる場合）を設定して、以降のことを考えます。

これに対し、シュレーディンガーの「量子力学」の世界では、「生きている状態と死んでいる状態が半々の状態で、互いに重なり合った状態にある」と解釈します。つまり、箱を開けない限りはわからない状態であれば、“猫が生きている状態と死んでいる状態”という重ね合わせを客観的に考えたとしても、このような考えをすることが正しいか間違っているかを確かめる手段を何一つ持っていないし、それにそのような考え方をしても何の矛盾も生じない。”という考え方です。要は、未来にはいくつもの可能性があり、どの可能性が実現するかは確率で決まる、という意味を込めたパラドックスと言えます。

ただし、このシュレーディンガーの思考実験（1935年）は、あくまで量子力学の欠陥性を指摘したかったことが背景にあるそうで、その後シュレーディンガーは第二次世界大戦のドイツ進攻でオーストリア併合により教授職を解かれ、イタリア、ベルギーと渡り、アイルランドで分子生物学の分野に転じます（大戦後、母校ウィーン大学の教授に晩年戻ります）が、その間に分子生物学の分野に転じたのも先の量子力学の世界の論争に疲れたためだったそうです。その一端がこの「シュレーディンガーの猫」のお話にも背景にあったそうで、今でもこのパラドックスの正体については議論が尽きま

せん。

- 5-6 (スライド6の上段 1/4 まで)

さて、ここからはシュレーディンガー方程式の中身に移ります。いま、シュレーディンガー方程式でいう固有関数の部分を取り出した関数を「波動関数 ($\psi(x)$)」と以降よぶこととします。

ドイツのマックス・ボルンは、この波動関数 $\psi(x)$ の意味について、確率解釈 (統計的解釈) を提唱しました。これが最も矛盾が無く、今では最も正統的な解釈とされ、この考え方に基づいて量子力学の全ての理論が組み立てられています。その背景には、それまでのシュレーディンガーの解釈が否定されて (空間に広がった波動を切って、電子の片割れを作り出すような実験をいくらやっても片割れの電子は発見されず、常に、ある質量と電荷を持った電子が観測されるか否かの二つに一つであり、電子が実際に空間に広がっているという解釈には問題があること) 以降、色々な考えや解釈が提案された経緯があります。

なおご参考までに、湯川秀樹 (1949 年ノーベル物理学賞、日本人初受賞) らは、波動関数について以下のように述べています。「量子力学においては電子や陽子などの粒子の状態は一つの波動を表す関数によって表現されるが、その波動は通常の波動ではなく、確率が動く波動である。量子力学の適用される原子や素粒子の世界では、すべての事象について確定的な予言をすることはできない。われわれのいいうのはどういう確率でどういう事象が起こるかということだけである。そして、その確率が物質波の波動関数によって与えられるのである。物質波はいわば可能性の波動といったものであって、原子や素粒子を記述する際に現れる、全く新しい物理的な量であり、可能性と実現された現実の事象との中間にある、奇妙な一種の物理的実在物である。」

さて、ボルンは、次の式 $\int \psi^*(x) \cdot \psi(x) dx = \int |\psi(x)|^2 dx$ (ここで、 $\psi^*(x)$ は $\psi(x)$ の複素共役、つまり関数の中の i を全て $-i$ に置き換えた関数のこと。いずれも二乗すると -1 です。前回授業スライド 12 で「運動量演算子」の存在について触れましたが、これは虚数項を含んでいる一例です) について、 x から dx までの区間に粒子が存在する確率に比例することを提唱しました。

この授業でも一般的解釈に合わせて、次の前提と致します。「波動関数が粒子の存在確率を示すのであれば、考えられる全区間に対して、波動関数の二乗 (全部の場合の足し合わせ) が 1 となる」という形にすれば、波動関数が粒子の存在確率を導く式として簡便に扱うことができます。

この授業でも一般的解釈に合わせて、次の前提と致します。「波動関数が粒子の存在確率を示すのであれば、考えられる全区間に対して、波動関数の二乗 (全部の場合の足し合わせ) が 1 となる」という形にすれば、波動関数が粒子の存在確率を導く式として簡便に扱うことができます。

このように、波動関数を $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$ の形にすることを、「規格化」 (不定積分の形、範囲が決まっている場合はその区間での積分) と言います。

- 6-7 (スライド6の下 3/4 以降、スライド7の上半分まで)

それでは、先に既に得られている一次元の井戸型ポテンシャルの場合に適用し、規格化してみましょう。

シュレーディンガー方程式は $\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right\} \psi(x) = E\psi(x)$ 、よって $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$ の

形のハミルトニアンは $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x)$ 、固有関数（波動関数）は $\psi(x) = B \sin \frac{n\pi}{a} x$ 、固

有値（エネルギー固有値）は $E = \frac{\hbar^2 n^2}{8ma^2}$ と求められています。【前回授業・スライド 13-15】これ

を規格化する場合は、固有関数（波動関数） $\psi(x) = B \sin \frac{n\pi}{a} x$ を $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$ に適用すること

になります。よって、 $\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a B^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = 1$ となります。これを解くと、

$$\left(\int \sin^2 ax \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a} + C \text{ を用いて} \right) \quad \int_0^a |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a B^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = B^2 \int_0^a \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx$$

$$= B^2 \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin(2n\pi x/a)}{4n\pi/a} \right]_0^a = B^2 \left(\frac{a}{2} - \frac{\sin 2n\pi}{4n\pi/a} \right) = B^2 \cdot \frac{a}{2} = 1 \quad (n \text{ が自然数のとき、} \sin 2n\pi = 0) \text{ と}$$

なります。

となります。よって、 $B > 0$ として $B = \sqrt{\frac{2}{a}}$ が求められます。

以上より、一次元の井戸型ポテンシャルの固有関数（波動関数）は、 $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ と求められました。【この式は、前回のレポート課題の中に反映されています。】

● 7（スライド 7 の下半分）

では、前回授業・スライド 15 で「境界条件」として、 $x=0$ および $x=a$ のときに波動関数 $\psi(x)$ がどのようなになるかを、 $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$ により規格化します。

$$\underline{x=0} \text{ のとき、} \psi(0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} \cdot 0\right) = 0 \text{ となるので、} |\psi(x)|^2 = 0 \text{ となり存在確率は 0。}$$

$$\underline{x=a} \text{ のとき、} \psi(a) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} \cdot a\right) = 0 \quad (n \text{ が自然数のとき、} \sin n\pi = 0) \text{ となるので、同様に}$$

存在確率は 0。従って、前回講義でも説明にあった「連続性のない点は $|\psi(x)|^2 = 0$ 」となります。

● 8

ではここで、波動関数 $\psi(x)$ 、および固有値 E について、その概要を確認してみましょう。

固有関数（波動関数）は、 $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ ですので、その $n = 1, 2, 3 \dots$ の各場合の $\psi(x)$ の

波形がスライド右図の左、さらに $|\psi(x)|^2$ の形で示した波形がスライド右図の右です。先のように、

$\psi(x)$ は両端が 0 となる関数ですが、その波動関数の形は n の値で決まることがわかります。この

n の値を「量子数」といいます。 $\psi(x)$ は、波長(λ)が $2a/n$ に相当する正弦波 (sin 波) になります。

これに対し、 $|\psi(x)|^2$ の波形は $\psi^2(x) = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{n\pi}{a} x$ の式となりますが、量子数 n 個の極大をもつ波

形となり、 $\psi(x)$ の波形の極大と極小の部分がともに $|\psi(x)|^2$ の極大となる、すなわち存在確率が最も高いことがわかります。このように、波動関数 $\psi(x)$ で極大・極小の波形でいずれも存在確率が高い状態となることから、その+側と一側のことを「位相」として示すことがよくあります。

● 9

一方、固有値 (エネルギー固有値) については、 $E = \frac{h^2 n^2}{8ma^2}$ の式で示されます。図のように、 n が大になるとその二乗に従って固有値 (エネルギー固有値) も大となることがわかります。

また、 m が大、または a が大となると、エネルギー固有値は全体が小となることもわかります。

なお、 $n=1$ の場合がいわゆる最安定な「基底状態」となりますが、この場合でもエネルギー固有値の値は0にならない ($E=h^2/8ma^2$) ことがわかります。このエネルギーを「ゼロ点エネルギー」とよび、最安定状態であっても粒子はエネルギーを有していることを示します。

なお、ボーアの量子条件から求められた量子数 n とエネルギー E との関係も下図に示します。井戸型ポテンシャルからのエネルギーと傾向がかなり異なることがわかりますが、この授業でも今後示すように、水素原子から外れる (n が大となる) と現実の原子と量子モデルとの乖離が顕著になってきますので、これらの単純化したエネルギーの算出だけでは現実の原子モデルを計算することが難しいと言えます。

● 10

ここで、これまでも登場した「波動関数 $\psi(x)$ 」について、どういう定義づけかをまとめます。

「原子・分子など小さな粒子の状態は、波動関数によって表される。この関数は、定義された領域で、変数のあらゆる値によって、一価・連続・有限な値をもつ。」と説明されるものです。

この「一価」は、一つの x の値に対して一つの $f(x)$ の値が存在する (複数存在しない、すなわち「多価関数」ではない) という意味です。また連続性が必要 (前後で値が存在しない状態では成立しない)、また有限 (∞ にはならない) ことが条件となります。これらは、前回授業・スライド 15 で、境界条件のときを考える際に説明した内容にあたります。

一方で、先ほどの $|\psi(x)|^2=1$ (存在確率を表す「規格化」の式) を考えるとき、異なる波動関数同士を掛け合わせた場合はどうなるかも検証しておきましょう。

いま、演算子の異なる、二つのシュレーディンガー方程式、 $\hat{A}_m \psi(x) = a_m \psi_m(x)$, $\hat{A}_n \psi(x) = a_n \psi_n(x)$

を考えます。この二つの積は、次のスライドの通り 0 となります。このように 0 となる場合は、二つの波動関数は「直交している」といいます。

● 11

では、二つの（演算子の異なる）シュレーディンガー方程式、 $\hat{A}_m \psi(x) = a_m \psi_m(x)$, $\hat{A}_n \psi(x) = a_n \psi_n(x)$ ($m \neq n$) の積を求め、直交性の有無を調べてみましょう。

先に触れた一次元の井戸型ポテンシャルで、シュレーディンガー方程式 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \psi(x)$ の

式の固有関数（波動関数）は $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ 【スライド 6】と求められましたので、これを

$\psi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{m\pi}{a} x$, $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ ($m \neq n$) という二つの関数として使ってみます。

〔 $\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$ 〕、および $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + C$ の関係を用い

$$\begin{aligned} \text{て} \int_0^a \psi_m(x) \psi_n(x) dx &= \frac{2}{a} \int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{a} \int_0^a \left\{ \cos \frac{(n-m)\pi}{a} x - \cos \frac{(n+m)\pi}{a} x \right\} dx \\ &= \frac{1}{a} \left[\frac{a}{(n-m)\pi} \sin \frac{(n-m)\pi}{a} x - \frac{a}{(n+m)\pi} \sin \frac{(n+m)\pi}{a} x \right]_0^a \\ &= \frac{1}{(n-m)\pi} \sin \{(n-m)\pi\} - \frac{1}{(n+m)\pi} \sin \{(n+m)\pi\} = 0 \quad (\because n, m \text{ が整数より、} \sin \text{ の項はいずれ} \\ &\text{も } \sin a\pi = 0 [a \text{ は整数}] \text{ の形となるため}) \end{aligned}$$

となり、0 となります。よって $\int \psi_m(x) \cdot \psi_n(x) dx = 0$ となり直交することになります。

● 12

では、演算子の同じ波動関数の積による積分の場合はどうなるでしょうか。

$\int \psi(x) \psi(x) dx = \int \psi(x)^2 dx$ の場合も、スライド 11 と同様に求めてみましょう。

〔 $\int \sin^2 ax dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a} + C$ の関係を用いて〕

$$\int \psi(x)^2 dx = \int \frac{2}{a} \sin^2 \frac{n\pi}{a} x dx = \frac{2}{a} \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin(2n\pi x / a)}{4n\pi / a} \right]_0^a = \frac{2}{a} \left(\frac{a}{2} - \frac{\sin 2n\pi}{4n\pi / a} \right) = \frac{2}{a} \cdot \frac{a}{2} = 1$$

($\because n$ が自然数より、 $\sin 2n\pi = 0$ となるため)

となり、 $\int \psi(x)^2 dx = 1$ が成立します。こちらは直交ではなく、規格化されたこととなります。

● 13

今日は最後に、三次元の井戸型ポテンシャルについて触れます。これは次回以降の授業で空間的な波動関数（一次元から三次元へ拡張）へと広がりますので、その最初の段階です。とはいえ、ここまで一次元の井戸型ポテンシャルについて既に導いてきましたので、固有関数や固有値の求め方については同様の過程が使えるのです。ただし、三次元になると（一次元での）変数 x から直交座標の x, y, z に拡張されますので、式がやや複雑になります。

まず、一次元の井戸型ポテンシャルでは、ハミルトニアンが $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x)$ でした。

これが、三次元になると粒子の運動エネルギーの自由度が（ x のみから） x, y, z の三つに拡張されま

すので、ハミルトニアンの項が $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z)$ のようになります。

よって、 $\hat{H}\psi(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z)$ となります。

この式ですとこの後の展開に煩雑になるため、波動関数 $\psi(x, y, z)$ を x, y, z の各軸方向の関数の積の形に置き換えます。すなわち、 $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ という形で置き換え、 $X(x)$ は x 軸方向、 $Y(y)$ は y 軸方向、 $Z(z)$ は z 軸方向の各関数として置きます。

この置き換えで、 $\hat{H}\psi(x, y, z)$ の式は次のようになります。

$$\hat{H}X(x)Y(y)Z(z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} Y(y)Z(z) + \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} X(x)Z(z) + \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} X(x)Y(y) \right) + U(x, y, z)$$

● 14

ここからは、三次元の井戸型ポテンシャルの条件についてです。スライド右上の図のように、 x 軸方向は 0 から a まで、 y 軸方向は 0 から b まで、 z 軸方向は 0 から c までをそれぞれポテンシャルエネルギーを 0 とする区間として設定された、三次元の箱があります。すなわち、 $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq c$ において、箱の中は $U(x, y, z) = 0$ です。同時に、箱の外は $U(x, y, z) = \infty$ となることになります。

この条件での箱の中の粒子のシュレーディンガー方程式は、 $U(x, y, z) = 0$ より【スライド 13】、

$$\hat{H}X(x)Y(y)Z(z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} Y(y)Z(z) + \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} X(x)Z(z) + \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} X(x)Y(y) \right) = EX(x)Y(y)Z(z)$$

と示されます。この式（ハミルトニアンを含まない）の両辺を $X(x)Y(y)Z(z)$ で割ると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} \right) = E$$

とまとめることができます。この式は

各軸方向の成分に分けることができますので、固有値 E も各軸方向成分の和として、

$E = E_x + E_y + E_z$ の形にします。すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = E_x + E_y + E_z \quad \text{の形になります。}$$

よって、 x 軸成分は $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = E_x$ 、 y 軸成分は $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = E_y$ 、 z 軸成分は

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = E_z$ と、それぞれ分割して求めることができます。これにより、各軸方向で求

めた固有関数（波動関数）を $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ 、固有値を $E = E_x + E_y + E_z$ で合わせることで求められることになります。

● 15

では、 x 軸方向で固有関数と固有値を求めてみます。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = E_x \quad \text{より、} \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = E_x X(x) \quad \text{が導かれます。この式でもうおわかり}$$

でしょう、この式は「一次元の井戸型ポテンシャル」の波動方程式と同じなのです。境界条件も（ x

$=0, x=a$ ）同じですから、よって固有関数（波動関数）は $X(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n_x \pi x}{a}$ （ n_x は自然数）【ス

ライド 6】となります。また固有値も $E_x = \frac{h^2 n_x^2}{8ma^2}$ となります。

以下、 y 軸方向も z 軸方向も求め方は同じです。すなわち、

$$\langle y \text{ 軸方向} \rangle \quad Y(y) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin \frac{n_y \pi y}{b} \quad E_y = \frac{h^2 n_y^2}{8mb^2}$$

$$\langle z \text{ 軸方向} \rangle \quad Z(z) = \sqrt{\frac{2}{c}} \sin \frac{n_z \pi z}{c} \quad E_z = \frac{h^2 n_z^2}{8mc^2}$$

となります。最後に、これらを $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ および $E = E_x + E_y + E_z$ の式に代

入して、三次元の井戸型ポテンシャルの固有関数（波動関数）は

$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin \frac{n_x \pi x}{a} \sin \frac{n_y \pi y}{b} \sin \frac{n_z \pi z}{c}, \quad \text{固有値は} \quad E = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right) \quad \text{と導かれまし}$$

た。

● 16【今回の課題・ヒントのみ】

【前回授業スライド 13～15】の「一次元の井戸型ポテンシャル」の応用問題で、理工系大学院の入試でよく出るパターンの問題です。

この例と同様に、 $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ では $U(x)=0$ なので、シュレーディンガー方程式も同様に

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \quad \text{となり、その解は一般解として } \psi(x) = A \cos kx + B \sin kx \quad \text{の式で示され}$$

ます。また、エネルギー固有値が $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ となる点も同様です。

今回の場合は、境界条件が $\psi\left(\frac{a}{2}\right) = \psi\left(-\frac{a}{2}\right) = 0$ となります。これを $\psi(x)$ の式に代入するとこ

ろまでは【前回授業スライド 15】と同じなのですが、今回の条件では $\psi(0)=0$ ではありませんので、A も B も消去することができません（なお、二階偏微分はここでは使いません）。

この場合、次の関係式を用いてください。

$$A \cos a + B \sin a = 0 \quad \text{および} \quad A \cos(-a) + B \sin(-a) = 0 \quad \text{をともに満たす場合、}$$

$(\cos(-a) = \cos a, \sin(-a) = -\sin a \text{ の関係を用いて}) \quad A \cos a = B \sin a = 0$ が成立し、

$$a = \frac{n\pi}{2} \quad (n \text{ は自然数}) \quad \text{となる。}$$

よって $A \cos a = B \sin a = 0$ より、 A または B のいずれかが 0 の場合を考える（ $A = B = 0$ のときは $\psi(x) = 0$ ）ことになります。従って、 **n が奇数の場合**（ $B = 0$ のときに相当、 $\cos \frac{n\pi}{2} = 0$ を満たす

条件）と、 **n が偶数の場合**（ $A = 0$ のときに相当、 $\sin \frac{n\pi}{2} = 0$ を満たす条件）で、 $\psi(x)$ の式が変わ

ることがわかります。すなわち、 $\psi(x)$ は n についての場合分けのある二通りの式となります。

なお、エネルギー固有値 E の値は一通りのみです。