

生命環境化学特別演習（第5回）

次の固有関数（波動関数）が規格化されているか否かを、積分の式とともに答えよ。

なお、規格化される条件は、角度の方程式については $\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |Y_l^m(\theta, \phi)|^2 \sin \theta \, d\theta d\phi = 1$ を、距離の方程式については $\int_0^\infty |R_{n,l}(r)|^2 r^2 \, dr = 1$ を満たす場合となる。

1) $Y_0^0(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}$ ($l=0, m=0$ のとき)

2) $R_{1,0}(r) = 2\left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$ ($n=1, l=0$ のとき。 a_0 はボーア半径)

なお、 $\int x^2 \exp(-ax) \, dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)\exp(-ax)$ の関係式を用いてよい。