

生命環境化学特別演習（第6回）

1s 軌道の電子の「期待値」 $\langle r \rangle$ は、

$$\langle r \rangle = \int r \psi^2(r, \theta, \phi) dx = \int_0^\infty r |R_{1,0}(r)|^2 dr \cdot \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |Y_0^0(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^\infty |R_{1,0}(r)|^2 r^3 dr$$

と導かれることから、

$$R_{1,0}(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{r}{a_0} \right) \text{ を用いて、「期待値」 } \langle r \rangle \text{ を、 } a_0 \text{ を用いた簡単な式で示せ。}$$

なお、関係式 $\int_0^\infty x^n \exp(-ax) dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ を用いてよい。