

独立成分解析の基礎と応用



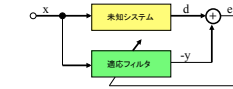
ソウ ジョウテイ
曹 建庭 (Jianting Cao)
埼玉工業大学 工学部

講演内容

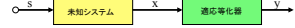
- I. ブラインド信号処理の枠組み
 - ・ ブラインド信号処理取り扱い事例
 - ・ モデルの設定及び定式化
- II. 独立成分解析
 - ・ 独立成分解析とは何か
 - ・ Kullback-Leibler情報量による独立成分解析
 - ・ 独立成分解析の実装
- III. 独立成分解析による知覚的信号処理事例
 - ・ 脳磁界(MEG)の信号処理
 - ・ 脳波(EEG)によるBCI (Brain-Computer Interface)
 - ・ 脳波(EEG)によるBDD (Brain-Death Determination)

信号処理の推定問題

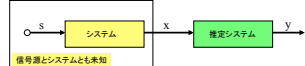
- 未知システムの同定 or 適応フィルタの設計



- 逆システムの同定 or 逆フィルタ(等化器)の設計

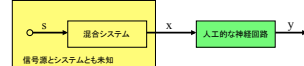


ブラインド信号処理の一推定問題



- 信号源とシステムとも未知
- ブラインド(blind)とは信号源とシステム両方が未知を指している。
- ブラインドシステム同定(blind system identification)の問題:
 - Blind Equalization
 - Blind Beamforming
 - Blind Array System
 - Blind Deconvolution
- Y. Sato (1975) [典型例]
 - Two extensional applications of the zero-forcing equalization method, IEEE Trans. on communication, Vol. com-23, pp. 679-682.
- ★ ブラインド同定とは原信号とシステムが未知と言う条件のもとで、システムあるいは原信号を推定すること。推定法は様々なものがある。

ICAによるブラインド信号処理



- 原信号の統計的な独立性を著目し、原信号の分離・復元、或いは混合システム推定を行う手法は独立成分解析(Independent Component Analysis: ICA)と言う。
- ICAの典拠: P. Comon (1994)
 - "Independent component analysis, a new concept?," Signal Processing, vol. 36, no. 3, pp.287-314, 1994.
- ICAでは、ブラインド信号分離(Blind Source Separation)の問題が殆ど、●Blind Equalization, ●Blind Beamforming, ●Blind Array System, ●Blind Deconvolutionにも多く適用されている。

ICAに基づくBSS研究の流れ

- C. Jutten and J. Herault, (1991) "Blind separation of sources, part 1: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture," Signal Processing, vol. 24, no. 1, pp.1-10, 1.
- P. Comon (1994) "Independent component analysis, a new concept?," Signal Processing, vol. 36, no. 3, pp.287-314.
- J. F. Cardoso and A. Souloumiac (1996) "Jacobi angles for simultaneous diagonalization, SIAM J. Mat. Anal. Appl., vol. 17, no. 1, pp.145-151.
- J. F. Cardoso and B. Laheld, (1996) "Equivariant adaptive source separation," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 44, no. 12, pp.3017-3030.
- A.T. Bell and T.J. Sejnowski, (1995) "An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution," Neural Computation, vol. 7, no. 6, pp.1004-1034.
- S. Amari, A. Cichocki and H.H. Yang, (1996) "A new learning algorithm for blind signal separation," Advances in Neural Information Processing System 8, MIT Press, pp.757-763.
- A. Hyvarinen and E. Oja, (1997) "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," Neural Computation, vol. 9, pp.1483-1492.

ICAによるブラインド信号処理例

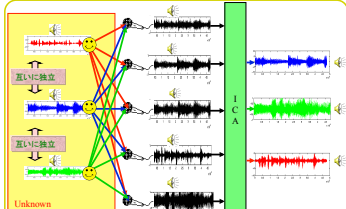
- 複数音源の音声の分離

複数の音源が混ざり合う音声のみ、ある聞き手が特定の音源に注意を払えば、その音源だけを聞き取れることもある。このような現象が電磁気的干渉(インターフェース)現象ともいう。多声道では、人間が持っている聴覚的知識が鍵になって聴覚で音源を分離するのと同じような問題を列挙する。

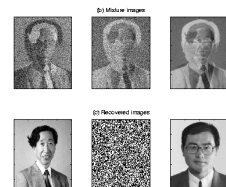


マイクで収録された混合音声から、元々の音声に復元すること。
数値的位相法だけでは、復元には、
【独立成分解析 ICA】
情報理論、統計学
システム推定理論
ニューラルネットワーク
FIR or IIR フィルタ

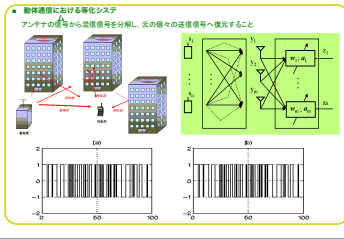
ICAのデモ例



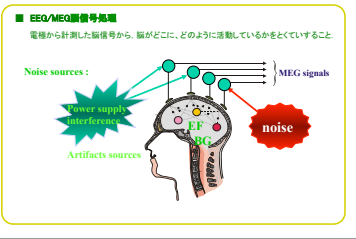
ICAによるノイズ画像の復元



ICAによるブラインド等化システム



ICAによる脳信号処理例



混合モデルの設定

- 混合モデルの設定については、取り扱っている実際の応用問題に応じて行うべきである。次の3種類の方式で原信号が混合されることが多い。
 - ▼ 空間混合モデル(spatial mixture):
 - 線形行列
 - 脳活動から計測電極への伝送路
 - ▼ 時間的混合モデル(temporal mixture):
 - FIRフィルタ
 - 等化システムの伝送路
 - ▼ 時空間的混合モデル(spatio-temporal mixture):
 - FIRフィルタ行列
 - 会話音声からマイクへの音響伝送路

時間的混合モデルの定式化

- 時間的混合モデルの表現

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K a_k s(t-k), \quad t = 1, 2, \dots$$

原信号時間列: $s(0), s(1), \dots, s(t-K+1)$ 離散時間: t
 インパルス応答: $a_0, a_1, \dots, a_{K-1}$ フィルタ次数: K
 観測信号時間列: $x(0), x(1), \dots, x(t-K+1)$

- 時間的混合モデルの表現は基本的にFIRフィルタを用いられている。観測信号には原信号とインパルス応答の畳み込みで得られている。このモデルはブラインド等化によく使われている。

時空間的混合モデルの定式化

- 時空間的混合モデルの表現

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K A_k s(t-k), \quad t = 1, 2, \dots$$

- 時空間的混合モデルは複数個の信号源が現時点の値だけでなく、過去の値も加えて複数の行列により混合されている。多入力多出力(MIMO)コンボリューションモデルとも呼ばれている。このモデルはカルクラーバーティカル効果を取り除いた音声分離やMIMOブラインド等化などによく使われている。

空間的混合モデルの定式化

- 空間的混合モデルの表現

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t)$$

原信号: $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_M]^T$
 混合行列: $\mathbf{A} = [a_{ij}] \quad (i=1, \dots, N, j=1, \dots, M)$
 観測信号: $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$

- 空間的混合モデルは、時空間的混合モデルが時間遅れで生じた間接性を無視した場合のモデルと考えられる。このモデルは原信号がセンサーへ瞬間的に伝播するため、瞬間混合モデルとも呼ばれている。通常脳波(EEG)や、脳磁気(MEG)などの生体信号が電極への伝播速度が速く、瞬間混合モデルがよく適用されている。また、このモデルは非常に単純であるため、多くのアルゴリズムはそれに準じて開発されている。

観測信号の分解による解の表現

- 次の瞬時混合モデル

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t)$$

に対して、各成分が独立である原信号と対応づける観測信号 $x_i(t)$ の分解

$$x_i(t) = a_i^{(1)}(s_1(t)) + \dots + a_i^{(n)}(s_n(t))$$

を求める。

- 多変量データ解析の手法と近い考え方。

ニューラルネットワークによる解の表現

- 次の瞬時混合モデル

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t)$$

に対して、ニューラルネットワークの重み $\mathbf{W}$ を用いて観測信号 $x_i(t)$ から復元信号 $y_i(t)$ を

$$y_i(t) = \mathbf{W} \mathbf{x}(t)$$

によって構成したとき、復元信号の各成分が互いに独立になるように重み $\mathbf{W}$ を求める。

- この手法を用いる場合には、復元信号の順序や大きさは必ずしも原信号と一致しない。

II. 独立成分解析

1. 独立成分解析とは何か

- ・ 独立性の定義
- ・ プラント信号処理への適用
- ・ 独立性の基準

2. Kullback-Leibler情報量による独立成分解析

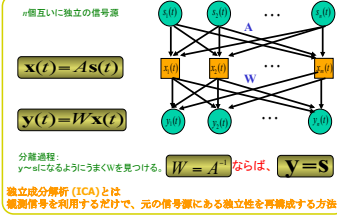
- ・ 確率密度関数の近似法
- ・ 一般化された正規分布のモデル
- ・ t-分布モデル
- ・ 尖度及び峰度分布との関係
- ・ スコア関数の決定
- ・ アルゴリズムの安定性

3. 他の独立成分解析アルゴリズム

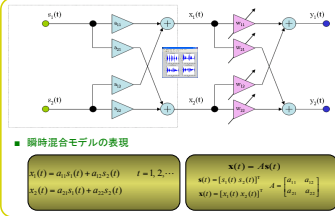
4. 独立成分解析の実装

- ・ MATLABによる簡単な実装例
- ・ WEBに公開されているMATLABプログラム

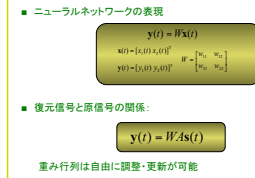
原理：独立成分解析 (ICA)



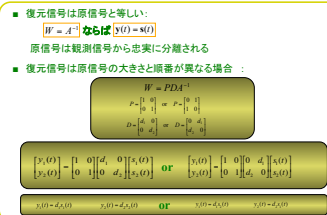
例題：原信号の分離・復元



続き：復元側の表現



続き：独立性に基づく可能な解



まとめ

- 行列係数 $\mathbf{A}$ が既知の場合には解を求めることは簡単である。
- 現実では、係数 $\mathbf{A}$ が未知であり、また重み行列 $\mathbf{W}$ を構成する係数の可能な組み合わせは無数にあるため、上述の理想的な解を求めることはほとんど不可能である。
- 自動的に重み $\mathbf{W}$ の調整・更新則 (計算アルゴリズム) の設計が必要。
- どのように計算アルゴリズムを設計するか？
 どんな基準のもとで設計するか？
 独立性って何か？

独立性の定義

- n 個の信号 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ (それぞれ N 個のサンプルを持つ) を確率変数とし、同時(結合)分布の密度関数を $p(\mathbf{y})$ 、周辺分布の密度関数を $p(y_i)$ とする場合には、同時(結合)分布の密度関数が周辺分布の密度関数の積と等しくなると、独立と定義される。
- $$p(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^n p(y_i)$$
- 原信号が互いに独立と仮定されている。原信号が混合行列によって混合され、独立性が失われたまま伝達され、観測信号になる。そこで、観測信号を利用した復元信号の独立性を再構成すれば、原信号もとの独立性に戻ると考えられる。
 - 独立性を再構成するために、ある目的関数の評価が必要。

独立性の基準

- Kullback-Leibler 情報量:
 分布の差を直接測る方法
 - 最尤法:
 重みの最尤推定量を求める方法
 - 相互情報量の最小化:
 2変数の場合には、Kullback-Leibler 情報量と同じ。
 - エントロピー最小化:
 正統分布から離れた度合いの評価
 - 情報量の最大化:
 伝送路に雑音がある場合できるだけ情報量を大きくする方法。
- ★ 上記の基準がそれぞれ異なるが、導いたアルゴリズムはほぼ同じ。

引用 例：独立成分解析 東京電機大学出版社、2004年

その他の独立性評価基準

- 高次統計量による独立性の評価:
 1. 奇数次のクロスモーメントによる評価
 2. クロスコグランドによる評価
- 非線形相関による独立性の評価

Kullback-Leibler 情報量

- Kullback-Leibler 情報量とはある確率変数の同時(結合)分布の密度関数と周辺分布の密度関数の積との統計的な距離を測る一尺度である。
 - n 個の復元信号 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ (それぞれ N 個のサンプルを持つ) を確率変数とする場合の K-L 情報量:
- $$D(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = \int p(\mathbf{y}) \log \frac{p(\mathbf{y})}{\prod_{i=1}^n p(y_i)} d\mathbf{y}$$
- $p(\mathbf{y})$: 同時(結合)分布の密度関数
 $p(y_i)$: 周辺分布の密度関数

独立条件とK-L情報量

■ 独立条件

$$p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) = \prod_i p_{y_i}(y_i)$$

が満足すれば、Kullback-Leibler情報量は

$$D(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = \int p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) \log \frac{p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y})}{\prod_{i=1}^n p_{y_i}(y_i)} d\mathbf{y} = 0$$

- Kullback-Leibler情報量は重み行列 $\mathbf{W}$ の関数とする場合、変数 $\mathbf{y}$ の成分間の独立性の距離を最小化にする一つの評価基準であることが考えられる。

エントロピーとK-L情報量

■ 復元信号 $\mathbf{y}$ のエントロピー

$$H(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = - \int p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) \log p_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$

■ 各成分 y_i のエントロピー

$$H(y_i|\mathbf{W}) = - \int p_{y_i}(y_i) \log p_{y_i}(y_i) dy_i$$

■ エントロピーを用いてKullback-Leibler情報量の表現

$$D(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = -H(\mathbf{y}|\mathbf{W}) + \sum_{i=1}^n H(y_i|\mathbf{W})$$

評価関数

■ $\mathbf{x}=\mathbf{W}^{-1}\mathbf{y}$ を利用したエントロピー $H(\mathbf{y}|\mathbf{W})$

$$H(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = H(\mathbf{x}) + \log |\mathbf{W}|$$

■ Kullback-Leibler情報量の可計算な評価関数

$$D(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = \sum_i H(y_i|\mathbf{W}) - H(\mathbf{x}) - \log |\mathbf{W}|$$

- 右端第一項のみは行列 $\mathbf{W}$ に制約されているため、K-L情報量の最小化は、右端第一項の最小化と一致する。

★ エントロピー関数の性質により、エントロピーが最大となるのは不安定度が最大である。分極が一定であるも成分 y_i ($i=1, \dots, n$)の分布のなかに、正規分布を持つ成分はそのエントロピーが最大であり、正規分布に属している成分を持つ成分の重みがそのエントロピーが最大となる。また、各成分エントロピーが最大になれば、各成分が互いに独立になると考えられる。

学習アルゴリズム

■ 偏微分 $\frac{\partial D(\mathbf{y}|\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}$ により得られた逐次学習アルゴリズム:

$$\Delta \mathbf{W}(t) = \eta [\mathbf{W}^{-T}(t) - \mathbf{q}(\mathbf{y}(t)) \mathbf{x}^T(t)]$$

■ 自然勾配法 $\frac{\partial D(\mathbf{y}|\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}$ により得られたアルゴリズム:

$$\Delta \mathbf{W}(t) = \eta [\mathbf{I} - \mathbf{q}(\mathbf{y}(t)) \mathbf{y}^T(t)] \mathbf{W}(t)$$

■ 最適なスコア関数:

$$\mathbf{q}(\mathbf{y}) = - \frac{d}{d\mathbf{y}} \log p(\mathbf{y}) = - \frac{p'(\mathbf{y})}{p(\mathbf{y})}$$

スコア関数について

- スコア関数の各成分 $q_i(t)$ は信号の確率密度関数 $p_i(t)$ に依存している。通常 $p_i(t)$ が未知であるので、何らかの方法で関数の近似が必要である。

■ 直感的なスコア関数の選択方法

1. 裾が重い分布である**音声信号**に対して次の関数を用いる。

$$q(\mathbf{y}) = \tanh(\mathbf{y})$$

2. 裾が軽い分布である**画像・通信信号**に対して次の関数を用いる。

$$q(\mathbf{y}) = \mathbf{y}^3$$

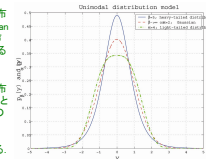
補足：高次モーメントについて

- 分布の形状を定める一つの規準としての尖度(kurtosis)は2次と4次の中心モーメントを用いて $k_4 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$ で定義される。

- k が正ならば、信号の分布(裾が重い)はSuper-Gaussianと呼ばれる分布になる。音声信号はSuper-Gaussianであることが多い。

- k が負ならば、信号の分布(裾が軽い)はSub-Gaussianと呼ばれる。画像信号などはこの性質を持つことが多い。

- 正規分布では $k=0$ となる。



確率密度関数の近似法

- 直感的なスコア関数の選択方法(non-parametric法)に対して、観測信号から計算された統計量(尖度:kurtosis)を用いて母数を決定するparametricな方法がある。

- 一族分布の形を制御する係数を利用して、統計量の尖度(kurtosis)と結び付けようとしている。

- 単峰の形にしている一族分布のモデルを対象する。
 1. 一般化された正規分布のモデル
 2. t-分布をモデル

一般化された正規分布のモデル

- モデルの定義: $p_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)^2} \exp(-\frac{x^2}{2})$ $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \exp(-t) dt$

- α : 分散を正規化する係数

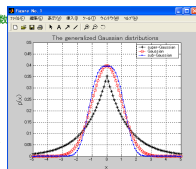
- α : 分布の形を制御する係数

- 係数 α 変化により、単峰形の一族の分布が得られる。

- $\alpha=2$ は正規分布である。

- $\alpha<2$ は一族の裾が重い分布

- $\alpha>2$ は一族の時裾が軽い分布



一般化された正規分布と尖度の関係

- 一般化された正規分布とその高次モーメント

$$p_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)^2} \exp(-\frac{x^2}{2})$$

- 2次中心モーメント

$$\mu_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_{\alpha}(x) dx = \frac{\Gamma(\alpha-1)}{\Gamma(\alpha)^2}$$

$$\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 p_{\alpha}(x) dx = \frac{\Gamma(\alpha-2)}{\Gamma(\alpha)^2}$$

$$k_4 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{\Gamma(\alpha-2)}{\Gamma(\alpha-1)^2}$$

- 尖度と分布の形を制御する係数 α の関係式

$$k_4 = \frac{\Gamma(\alpha-2)}{\Gamma(\alpha-1)^2}$$

- ★ 上記の結果により、信号の尖度 k_4 を既知とした場合には係数 α を求めることができる。

スコア関数

■ 最適なスコア関数

$$q(y) = -\frac{d}{dy} \log p(y) = \frac{p'(y)}{p(y)}$$

■ 一般化された正規分布

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} y^T \Gamma^{-1} y\right)$$

■ 一般化された正規分布のモデルによるスコア関数

$$q(y) = \alpha \Lambda_s \operatorname{sgn}(y) |\Lambda_s y|^{-\alpha-1}$$

$$\Lambda_s = \left[\frac{\Gamma(\frac{\alpha+1}{2})}{\pi \Gamma(\frac{\alpha}{2})} \right]^{-1}$$

アルゴリズムの安定条件

- Kullback-Leibler情報量に基づく学習アルゴリズムに対して、Hessianの正定性の評価による得られた安定性の必要十分条件^[1]

$$E[\psi(y)] > 0$$

$$E[y^T \psi(y)] + 1 > 0$$

$$E[y^T] E[y^T] E[\psi(y)] E[\psi(y)] - 1 > 0$$

★ 上記の安定性条件を利用して、一般化された正規分布のモデルの安定性の検証ができる。

S. Amari, T. Chen and A. Cichocki, "Stability analysis of adaptive blind source separation," Neural Networks, vol. 10, no. 8, pp.1345-1351, 1997.

安定性条件の導き

$$\psi(y) = \alpha(\alpha-1) \Lambda_s^2 |\Lambda_s y|^{-\alpha-2}$$

■ 安定性条件の要素の計算

$$E[\psi(y)] = \int_{-\infty}^{\infty} p(y) \psi(y) dy = \frac{\alpha(\alpha-1)}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 \exp(-\frac{1}{2} y^T \Gamma^{-1} y) dy = \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \frac{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} = \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}$$

$$E[y^T] = \int_{-\infty}^{\infty} y p(y) dy = \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(-\frac{1}{2} y^T \Gamma^{-1} y) dy = \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \frac{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} = \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}$$

$$E[y^T \psi(y)] = \int_{-\infty}^{\infty} y^T \psi(y) p(y) dy = \frac{\alpha(\alpha-1)}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \int_{-\infty}^{\infty} y^T y \exp(-\frac{1}{2} y^T \Gamma^{-1} y) dy = \frac{\alpha(\alpha-1)}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} = \frac{\alpha(\alpha-1)}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}$$

$$E[y^T] E[y^T] E[\psi(y)] E[\psi(y)] = \left(\frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \right)^2 \left(\frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \right)^2 = \left(\frac{\Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} \right)^4$$

導いた安定性の条件

- 一般化された正規分布のモデルを利用する時の安定性条件:

▼ 条件①

$$E[y^T \psi(y)] + 1 = \alpha > 0$$

▼ 条件②

$$E[\psi(y)] = \frac{\alpha(\alpha-1) \Gamma(\frac{\alpha-1}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})} > 0$$

▼ 条件③

$$E[y^T] E[y^T] E[\psi(y)] - 1 = \frac{\alpha(\alpha-1) \Gamma(\frac{\alpha-1}{2})^2}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})^2} - 1 > 0$$

安定性の検証

- Case 1: $\alpha > 2$
sub-Gaussianの信号に対して、条件①-③は常に満たされている。

- Case 2: $\alpha = 2$
Gaussian信号に対して、条件①-②が常に満たされている。条件③においては、適目の信号に対して③=1であるので、仮にもう一つの信号(番目)も正規分布であれば、③=1となるので、結局条件③=1となり、安定条件が満たされていない。このことは、2個以上のGaussian分布の信号を分離することが出来ないことを示している。しかし、もう一つの信号がsub-Gaussian、或いはsuper-Gaussianの信号であれば、条件③(>1)が満たされている。

- Case 3: $\alpha < 2$
super-Gaussianの信号に対して、条件①-③は常に満たされていることではない。例えば、 $\alpha = 0.2, 0.5$ のとき、条件①-③にあるGamma関数が不連続である。

★ 安定性を満たすための他のモデルがあるか？

t-分布モデル

- 自由度betaを持つt-分布の確率密度関数:

$$p(x) = \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\sqrt{\beta\pi} \Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\frac{x^2}{\beta}\right)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \exp(-t) dt$$

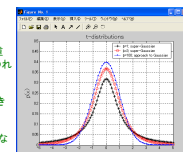
- ①: 分散を正規化する係数

- ②: 分布の形を制御する係数

- t-分布族($0 < \beta < \infty$)は裾が重い形をしており、betaが無大に近づくと正規分布に近づく。

- 特別の場合として、beta=1のときの分布はcauchy分布と呼ばれる。

- t-分布族は時間が軽い分布がないこと。



t-分布と尖度の関係

■ t-分布モデル

$$p(y) = \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\sqrt{\beta\pi} \Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\frac{y^2}{\beta}\right)$$

■ 2次中心モーメント

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p(y) dy = \frac{\beta \Gamma(\frac{\beta-1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})}, \beta > 2$$

■ 4次中心モーメント

$$\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} y^4 p(y) dy = \frac{3\beta^2 \Gamma(\frac{\beta-2}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})}, \beta > 4$$

■ 正規化係数

$$\Lambda_s = \left[\frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\pi \Gamma(\frac{\beta}{2})} \right]^{-1}$$

■ 尖度と分布の形を制御する係数betaの関係式

$$\frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{3\beta \Gamma(\frac{\beta-2}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{\Gamma(\frac{\beta}{2})^2}{\beta^2 \Gamma(\frac{\beta-1}{2})^2} = \frac{3\Gamma(\frac{\beta-2}{2})}{\beta \Gamma(\frac{\beta-1}{2})^2}$$

★ 上記の結果により、信号の尖度を既知とした場合には係数betaを求めることができる。

t-分布によるスコア関数

■ 最適なスコア関数

$$q(y) = -\frac{d}{dy} \log p(y) = \frac{p'(y)}{p(y)}$$

■ t-分布

$$p(y) = \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\sqrt{\beta\pi} \Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\frac{y^2}{\beta}\right)$$

■ t-分布のモデルによるスコア関数

$$q(y) = \frac{2y}{\beta} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})}$$

$$\Lambda_s = \left[\frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\pi \Gamma(\frac{\beta}{2})} \right]^{-1}$$

アルゴリズムの安定条件

- Kullback-Leibler情報量に基づく学習アルゴリズムに対して、Hessianの正定性の評価による得られた安定性の必要十分条件^[1]

$$E[\psi(y)] > 0$$

$$E[y^T \psi(y)] + 1 > 0$$

$$E[y^T] E[y^T] E[\psi(y)] E[\psi(y)] - 1 > 0$$

★ 上記の安定性条件を利用して、一般化された正規分布のモデルの安定性の検証ができる。

S. Amari, T. Chen and A. Cichocki, "Stability analysis of adaptive blind source separation," Neural Networks, vol. 10, no. 8, pp.1345-1351, 1997.

t-分布の安定性条件の導き 1

- t-分布によるスコア関数の微分
$$\varphi_i(y_i) = \frac{(1 + \beta)(y_i - y_i^*)}{(y_i^2 + \epsilon)^2}$$
- 安定性条件の要素の計算
$$E[\varphi_i^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i^2(y_i) p(y_i) dy_i = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \beta)^2 (y_i - y_i^*)^2}{(y_i^2 + \epsilon)^4} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{1}{(1 + \frac{y_i^2}{\beta})^{\frac{\beta+1}{2}}} dy_i$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y_i - y_i^*)^2}{(1 + \frac{y_i^2}{\beta})^{\frac{\beta+1}{2}}} dy_i$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{\beta}{2} \frac{\Gamma(\frac{\beta}{2})}{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})} = \frac{\beta}{2}$$

t-分布の安定性条件の導き 2

- 安定性条件の要素の計算
$$E[\varphi_i^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i^2(y_i) p(y_i) dy_i = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \beta)^2 (y_i - y_i^*)^2}{(y_i^2 + \epsilon)^4} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{1}{(1 + \frac{y_i^2}{\beta})^{\frac{\beta+1}{2}}} dy_i$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y_i - y_i^*)^2}{(1 + \frac{y_i^2}{\beta})^{\frac{\beta+1}{2}}} dy_i$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})}{\Gamma(\frac{\beta}{2})} \frac{\beta}{2} \frac{\Gamma(\frac{\beta}{2})}{\Gamma(\frac{\beta+1}{2})} = \frac{\beta}{2}$$

t-分布モデルの安定条件

- t-分布のモデルを利用する時の安定性条件:
 - 条件① $E[\varphi_i^2] = \frac{\beta(\beta+1)}{\beta+3} > 0$
 - 条件② $E[\varphi_i^2] = \frac{2\beta}{\beta+3} > 0$
 - 条件③ $E[\varphi_i^2] = \frac{\beta(\beta+1)(\frac{\beta+1}{2})}{2\beta(\beta+1)(\frac{\beta+1}{2})} > 0$

t-分布モデルの安定性検証

- beta>2のsuper-Gaussianの信号に対して、条件①③は常に満たされている。
- betaが無限大につれ、条件③が1に近づく。この場合には信号が正規分布となる。
- ★ 安定性が満たされているモデルの構成
 - 一般化された正規分布のモデル (sub-Gaussian)
 - t-分布をモデル (super-Gaussian)

t-分布+裾が軽い一般化された正規分布のモデル

正規分布族のモデル sub-Gaussian t-分布をモデル super-Gaussian 合成モデル

J. Cao, N. S. Mousavi, S. Amari, A. Cichocki and T. Takabe, "A robust approach to independent component analysis with high-level noise measurements," IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 14, No. 3, pp.431-440, May 2003.

尖度と合成 (単峰)モデルの関係

$p(\alpha, \beta, \gamma) \rightarrow \kappa(\alpha, \beta)$
 $\kappa(\alpha, \beta) \rightarrow q(\alpha, \beta, \gamma)$

スコア関数

- sub-Gaussian と Gaussian 信号に適用する関数
$$\varphi_i(y) = \alpha \lambda_i \text{sgn}(y_i) | \lambda_i y_i |^{\alpha-1}, k_{\alpha} = \hat{k}_{\alpha} \leq 0$$
- super-Gaussian 信号に適用する関数
$$\varphi_i(y) = \frac{(1 + \beta)y_i}{y_i^2 + \beta / \lambda_{\beta}^2}, k_{\beta} = \hat{k}_{\beta} > 0$$
- 関数適用のための2次及び4次モーメントの推定
$$\hat{m}_i(t) = [1 - \eta] \hat{m}_i(t-1) + \eta y_i^j(t), j = 2, 4$$

スコア関数の比較

$$\varphi_i(y_i) = \frac{(1 + \beta)y_i}{y_i^2 + \beta / \lambda_{\beta}^2}$$

$y_i \rightarrow \infty \rightarrow \varphi(y_i) \rightarrow 0$

計算の流れ

誤推定された場合の安定性

■ 問題提起:

1. 次のモーメントが正しく推定されていない場合には安定条件が満たされるか?
2. 満たされなくても制御係数がある許容範囲に存在するか?

$$\hat{m}_j(t) = [1 - \eta] \hat{m}_j(t-1) + \eta \hat{p}_j'(t), j = 2, 4$$

- パラメータalpha, betaの推定値は真値からepsilonずれたとする場合

$$\hat{\alpha} = \alpha + \varepsilon$$

$$\hat{\beta} = \beta + \varepsilon$$

alphaの誤推定場合の安定条件

■ 誤推定場合のスコア関数の微分

$$q_{i,\alpha}(y_i) = \alpha + \varepsilon_0 \operatorname{sgn}(y_i) / \lambda_0 y_i^{p+1}$$

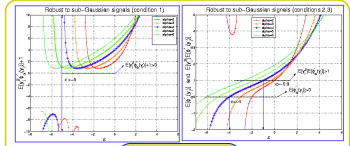
■ alpha誤推定される場合の安定条件

$$E[y_i^p q_{i,\alpha}(y_i)] + 1 = \frac{(2\alpha + \varepsilon) - \alpha - \varepsilon \Gamma(\alpha + \varepsilon + 1) / \Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} > 0$$

$$E[y_i^p q_{i,\alpha}(y_i)] - \frac{E[y_i^p (\alpha + \varepsilon) \Gamma(2\alpha + \varepsilon - 1) / \Gamma(\alpha)]}{\Gamma(\alpha)} > 0$$

$$E[y_i^p] E[q_{i,\alpha}(y_i)] - 1 = \frac{(\alpha' + \varepsilon) \Gamma(3\alpha' \Gamma(2\alpha + \varepsilon - 1) / \Gamma(\alpha))}{\Gamma(\alpha)} > 0$$

alpha誤推定の許容範囲



$$\hat{\alpha} = \alpha + \varepsilon$$

$$\varepsilon \leq -0.2$$

$$\varepsilon \geq -3.1$$

betaの誤推定場合の安定条件

■ 誤推定場合のスコア関数の微分

$$q_{i,\beta}(y_i) = \frac{(1 + \beta + \varepsilon) y_i}{y_i^p + \beta + \varepsilon}$$

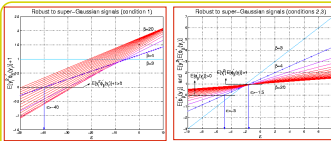
■ beta誤推定される場合の安定条件

$$E[y_i^p q_{i,\beta}(y_i)] = \frac{\lambda_0^2 (\beta + \varepsilon + 1)}{\beta + 3} > 0$$

$$E[y_i^p q_{i,\beta}(y_i)] + 1 = \frac{(\beta + \varepsilon + 1)(\beta - 3)}{\beta^2 + 4\beta + 3} > 0$$

$$E[y_i^p] E[q_{i,\beta}(y_i)] - 1 = \frac{\beta(\beta + \varepsilon + 1)(\beta/2 - 1)}{2(\beta + 3)(\beta/2)} > 0$$

beta誤推定の許容範囲



$$\hat{\beta} = \beta + \varepsilon$$

$$\beta = 4$$

$$\varepsilon \leq -1.5$$

$$\beta \geq 2.5$$

同様のICAアルゴリズム

- M. Girolami and C. Fyfe (1996)

$$\Delta W(t) = \eta [I - \operatorname{sign}(k) \tanh(y(t) y^T(t) - y(t) y^T(t))] W(t)$$

kは各成分ごとの尖度(kurtosis)

- J. F. Cardoso and B. Laheld (1996)

$$\Delta W(t) = -\eta [I - \operatorname{sign}(k) \tanh(y(t) y^T(t) - y(t) y^T(t))] W(t)$$

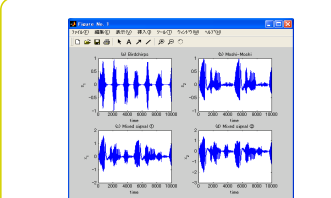
W(t) はスコア関数

M. Girolami and C. Fyfe, "Stereotype and kurtosis as projection pursuit indices provide generalized ICA algorithms," NIPS'96 Workshop: Blind Signal Processing, San Juan, Colorado, Dec. 1996.
J. F. Cardoso and B. Laheld, "Equivalent adaptive source separation," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 44, no. 12, pp. 3017-3030, 1996.

ICAによる音声分離の実装例

```
% ICAによる音声分離の実装例
% 1. 学習データを読み込む
load('data.mat');
% 2. 学習データの次元を調べる
N = size(data, 1);
% 3. 学習データの平均を計算する
mu = mean(data, 1);
% 4. 学習データの平均をゼロにする
data = data - mu;
% 5. 学習データの分散を計算する
cov = cov(data, 1);
% 6. 学習データの分散を正規化する
cov = cov / max(diag(cov));
% 7. 学習データの分散を対角化する
[~, ~] = eig(cov);
% 8. 学習データの分散を対角化する
cov = diag(diag(cov));
% 9. 学習データの分散を対角化する
[~, ~] = eig(cov);
% 10. 学習データの分散を対角化する
cov = diag(diag(cov));
```

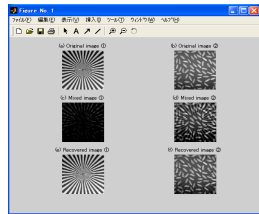
音声分離の実行結果



画像復元の実装例

```
% 画像復元の実装例
% 1. 学習データを読み込む
load('data.mat');
% 2. 学習データの次元を調べる
N = size(data, 1);
% 3. 学習データの平均を計算する
mu = mean(data, 1);
% 4. 学習データの平均をゼロにする
data = data - mu;
% 5. 学習データの分散を計算する
cov = cov(data, 1);
% 6. 学習データの分散を正規化する
cov = cov / max(diag(cov));
% 7. 学習データの分散を対角化する
[~, ~] = eig(cov);
% 8. 学習データの分散を対角化する
cov = diag(diag(cov));
% 9. 学習データの分散を対角化する
[~, ~] = eig(cov);
% 10. 学習データの分散を対角化する
cov = diag(diag(cov));
```

画像復元の実行結果



公開されているICAプログラム

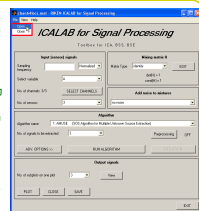
- 情報量最大化法(Infomax)
<http://www.cnl.salk.edu/~tony/ica.html>
- 行列同時対角化法(JADE)
<http://sig.enst.fr/~cardoso/jointdiag.html>
- 不動点法(FastICA)
<http://www.cis.hut.fi/~aapo/>
- 多種多様な計算アルゴリズム
<http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB>

ICALABツールボックス

- ICALABツールボックスは理化学研究所脳研脳信号処理研究チーム開発され、画像処理、信号処理、EEG/MEG信号解析からなる3つの独立したMATLABのソフトウェアパッケージである。ICALABには多くの強力なアルゴリズムが実装されている。ICAの他に、線形予測性やスムースネスや希釈さなどの基準に基づいたブラインド信号源分離などが実装されている。一番の強みは、様々な長所や短所をもつ強力なバッチアルゴリズムを一同に公開している点である。
- ICALABの入手には、理化学研究所脳研脳信号処理研究チームのHP <http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB> でダウンロードするのは可能です。
- ICALABのインストール方法については、MATLAB主メニューの中、パスの設定のボタンを押して、解凍されたICALABのフォルダーをパスに増加すれば、インストール完了です。

ICALABの使い方

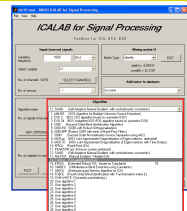
- MATLAB(バージョン5.3以上)のCOMMAND WINDOWでICALABを入力すれば、右側図な画面を呼び出せます。
- 先ず、信号源データを入力して、周波数を選択する上、select channelsを利用して、処理したいchannelsを選択するのは可能です。
- mixing matrixの部分を利用して、信号源データを混ぜることもできます。更に雑音を追加することも可能です。



アルゴリズムの選択

- 信号源の入力と混合を完了したら、信号処理を行います。ICALABの中でおよそ20種類のアルゴリズムがあります。AMUSE, SOBI(SOS algorithm), SANG, JADE, SIMBEC (HOS algorithm)など処理方法の詳しい説明には、HPで書いてあります。

- アルゴリズムの調節には、adv.optionsボタンを押せば、選択メニューが出られます(次のページ)。自分のアルゴリズムを利用することも可能です。

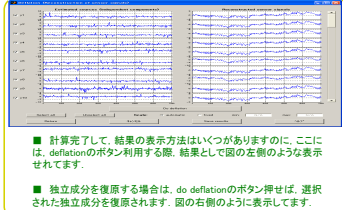


アルゴリズムの調節と前処理

- アルゴリズムの調節
- 前処理の選択 (IR/FIR filter)

結果の可視化と復元

- 計算完了して、結果の表示方法はいろいろありますが、ここには、deflationのボタン利用する際、結果として図の左側のような表示されます。
- 独立成分を復元する場合は、do deflationのボタンを押せば、選択された独立成分を復元されます。図の右側のように表示します。



III_1 ICAによるMEG信号処理

1. 脳磁界(MEG)
 - ・ 脳計測について
 - ・ 信号源と雑音源
2. 無相関化及び雑音低減方法
 - ・ 主成分解析法
 - ・ 因子解析法
 - ・ アルゴリズム
3. MEG信号処理の事例
 - ・ Phantomデータ解析例
 - ・ ヒトの聴覚刺激による反応の動態情報の可視化

脳計測技術

1. コンピュータ断層画像(CT: Computer Tomography)
 - ・ X射線を用い、生体外部からの計測により、生体内部の構造を画像で再構成する計測法である。
 - ・ 画像処理にはこれまでの後処理手法が多く適用されている。
2. 陽電子断層画像(PET: Positron Emission Tomography)
 - ・ 体内に放射性物質を注入し、放射線の計測により、体内の新陳代謝を再構成する計測法である。
 - ・ 独立成分解析による断層画像の報告がある。
3. 機能的磁気共鳴画像(f-MRI: functional-Magnetic Resonance Imaging)
 - ・ 強い磁場を用いて、血液の中にある酸化ヘモグロビン及び還元ヘモグロビンの量を計測する方法である。
 - ・ 独立成分解析によるf-MRI画像の分解・再構成が多数報告されている。
4. 脳電(EEG: Electroencephalography)
 - ・ 神経細胞の活動により流れている電流を、頭皮上に置く電極を通して記録する。
 - ・ 独立成分解析によるデータ解析の典型例として盛んに研究されている。
5. 脳磁界(MEG: Magnetoencephalography)
 - ・ 神経細胞電流が生成した超微弱磁場を、SQUID magnetometerを通して記録する。
 - ・ 独立成分解析によるデータ解析の典型例として盛んに研究されている。

震田英彦、「脳工学」コロナ社、2003.4

脳磁気の計測原理

- 神経細胞が活動すると、電流が流れる
- 群内電流は単一電流源として観測される
- 電流の変化により磁場が生じる
- 形ねじ法則に従って磁場の検出が可能である

- 脳磁場は超微弱であるため、できるだけすべての磁場エネルギーを検出する。その場合検出コイルのマグネトメータ(magnetometer)を利用する。
- 一方、脳磁場に対して強い雑音的な磁場(例えば、地球磁場)の影響を低減するため、磁場の空間的な変化(傾き-勾配)を検出コイルのグラディオメータ(gradimeter)を利用する。

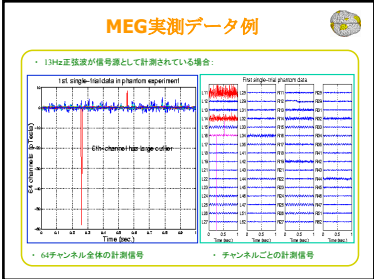
MEG計測装置

- ・ 地球の磁場強度(磁束密度): $10^{-4} \sim 10^{-5}$ Tesla
- ・ 脳の磁場強度(磁束密度): $10^{-12} \sim 10^{-13}$ Tesla
- ・ SQUIDの感度 $< 10^{-15}$ Tesla

カナダCTF社製MEG計測装置 <http://www.ctf.com/home.html>

MEG計測システム

System components include: Patient, Measurement Interface, Data Acquisition, Signal Processing, and Analysis Workstation.



脳信号処理技術が必要

MEGの計測環境では雑音の対策が非常に重視される。例えば、非磁性材料で作られた磁気シールド室やMEG計測装置自体なども多相グラディオメータの使用などの色々な工夫がされている。ただそれだけ実施しても、原理上でも実測した信号から見ても限界があるので、最終的な手段として**データ処理を工夫**することがどうしても必要になる。

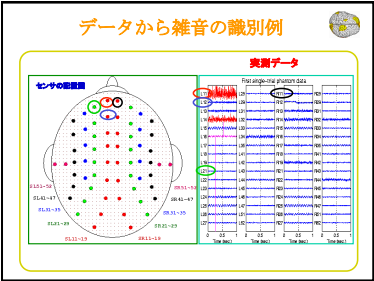
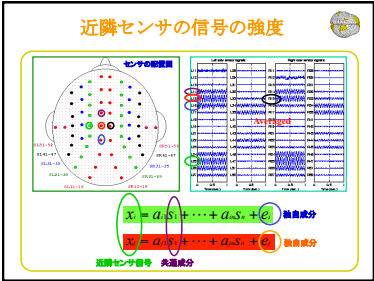
信号源と雑音源

ある成分は、
 少しでも1個以上のセンサを寄れば、**信号源**といふ
 多くても1個のセンサをだけ寄れば、**雑音**といふ

ICAによるMEG信号解析

Noisy model: $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{e}(t), t = 0, 1, \dots$

Math. definition	Specification
$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_m]^T$	CTF 64-Channel SQUID 観測信号
$\mathbf{A} = (a_{ij})$	i番目の信号源からj番目センサへの距離に関する係数行列
$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_n]^T$	共通成分 (信号源: 雑音源を含む)
$\mathbf{e} = [e_1, \dots, e_m]^T$	独立成分 (雑音)



雑音がある場合の信号分離

- 雑音がある場合の復元信号と原信号の関係:

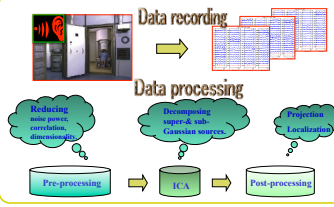
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{W}\boldsymbol{\xi}(t)$$

重み行列の推定が難しい。

- ICA処理の前に、予め雑音の取り除くあるいは雑音パワーを低減させる方法が有効(現実的)と考えられる。

信号解析の方式

前処理、ICA、後処理



主成分解析による前処理

Data model and its covariance matrix:

$$\mathbf{X}_{(n \times N)} = \mathbf{A}_{(n \times s)}\mathbf{S}_{(s \times N)} + \boldsymbol{\Xi}_{(n \times N)}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T + \boldsymbol{\Psi}$$

Case I: Pre-whitening by standard PCA $\boldsymbol{\Psi} \gg \mathbf{0}$

Cost function:

$$L(\mathbf{A}) = \text{tr}[\mathbf{A}\mathbf{A}^T - \mathbf{C}]^2$$

Eigenvalue decomposition:

$$\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^T = \mathbf{U}_n\boldsymbol{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^T \quad \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{U}_n\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_n}$$

Principal scores:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Q}_{\text{PCA}}\mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_n}}\mathbf{U}_n^T\mathbf{y}$$

Result 1

$$\mathbb{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] \approx \mathbf{I}_n$$

主因子解析による前処理

Case II: Pre-whitening with noise power reduction $\boldsymbol{\Psi} \gg \mathbf{0}$

Cost function:

$$L(\mathbf{A}, \boldsymbol{\Psi}) = \text{tr}[\mathbf{A}\mathbf{A}^T - (\mathbf{C} - \boldsymbol{\Psi})]^2$$

Eigenvalue decomposition:

$$\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^T = \mathbf{U}_n\boldsymbol{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^T$$

Factor analysis:

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}} = \text{diag}(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^T)$$

Principal-Factor Analysis

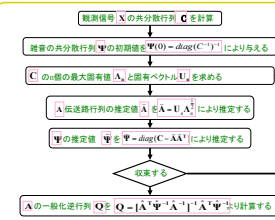
Pseudo-inverse matrix:

$$\mathbf{Q} = [\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\boldsymbol{\Psi}}^{-1} \hat{\mathbf{A}}^T]^{-1} \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\boldsymbol{\Psi}}^{-1}$$

Result 2

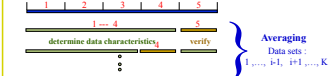
$$\mathbb{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] = \mathbf{I}_n + \mathbf{C}\boldsymbol{\Psi}\mathbf{C}^T$$

計算の流れ



交差確認法による次元の縮約

The cross-validatory technique



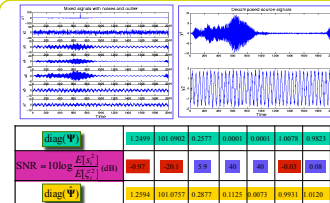
$$\text{General Error} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \text{tr}[\mathbf{C}_i - (\mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^T + \text{diag}(\boldsymbol{\Psi}_i))]^2 \quad i \neq j$$

A novel criterion for estimating the source number:

$$\text{Error}(\hat{n}) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \text{tr}[\text{diag}(\boldsymbol{\Psi}_i^{(n)}) - \text{diag}(\boldsymbol{\Psi}_i^{(n+1)})]^2$$

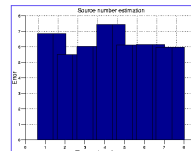
Estimating Error: "A robust approach for K in multi-high power noisy measurement and unknown number of sources", in Neural Information Processing, Eds. Liang Peng and Feng Shi, ISBN 3-540-00213-3, Kluwer University Press, vol. 8, pp. 612-621, Sept. 1995.

雑音分散の推定

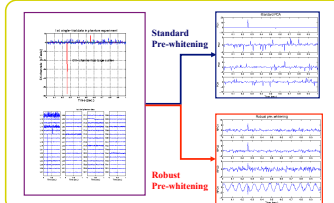


次元縮約の最適値

$$\text{Error}(\hat{n}) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \text{tr}[\text{diag}(\boldsymbol{\Psi}_i^{(n)}) - \text{diag}(\boldsymbol{\Psi}_i^{(n+1)})]^2$$



PCAとFAの比較



ICAアルゴリズム

Typical ICA algorithms

- (1) KL information based ICA algorithms (Amari-Cichocki-Yang, Bell-Sejnowski)
- (2) Fixed-point based ICA algorithm (Hyvarinen-Oja)
- (3) JADE based ICA algorithm (Cardoso-Senatorne)

Applied ICA algorithm

Natural gradient algorithm (Amari-Cichocki-Yang, 1995)

$$\Delta W = \eta [I - \varphi(y)y^T] W$$

t-distribution based function (Cao-Murata, 1999)

$$\varphi_i(y_i) = \frac{(1 + \beta)y_i}{y_i^2 + \beta / \lambda_i^2} \quad \hat{\kappa}_i > 0$$

$$\varphi_i(y_i) = \alpha \lambda_i \operatorname{sgn}(y_i) |\lambda_i y_i|^{|\alpha|-1} \quad \hat{\kappa}_i \leq 0$$

後処理：推定信号の射影と位置推定

(1) Source projection:
Estimated sources (ICs)

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{y}(t) = \mathbf{WQx}(t)$$

Projecting individual IC to sensor space:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{a}}_i \hat{s}_i(k)$$

(2) Source localization:
The equivalent current dipoles are found by minimizing the error function between solution of the forward model and measured signals.

We use spatio-temporal fit method is developed by CTF system Inc.

Phantom 実験

A single current dipole was put in the phantom head where the physiological saline solution was filled.

Source : Sine wave current
 $f = 13 \text{ Hz}$, $p = 10 \mu\text{A}$

Sensors : 64

Duration : 4'16"

Trial number : 256

Sampling rate : 250 Hz

Samples : 250 per trial.

同期平均加算

前処理+ICA

平均処理 vs. ICAによる単試行データ処理

聴覚誘発(AEF)実験

The data set of auditory evoked fields (AEF) experiment was recorded by testing normal adult.

Sensors : 64

Duration : 6'19"

The number of trials : 630

Sampling rate : 312.5 Hz

Samples : 198 per trial.

聴覚誘発の平均化処理

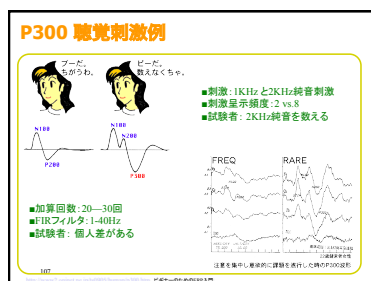
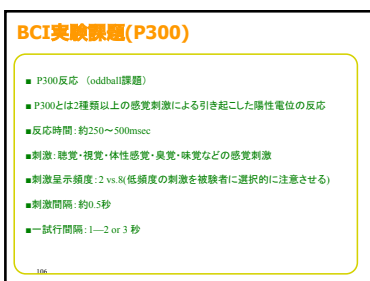
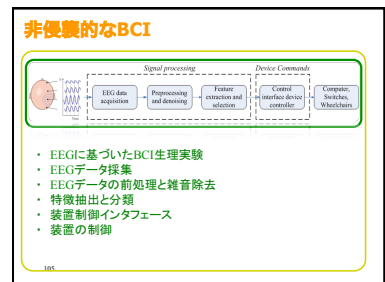
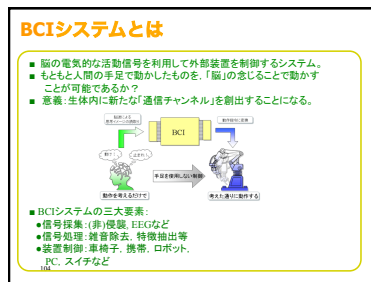
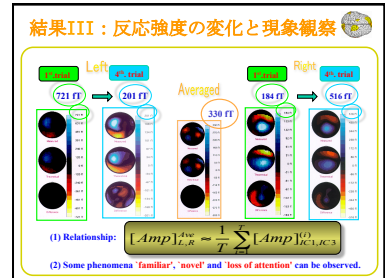
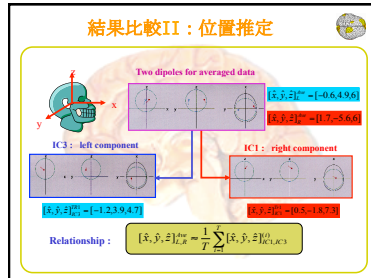
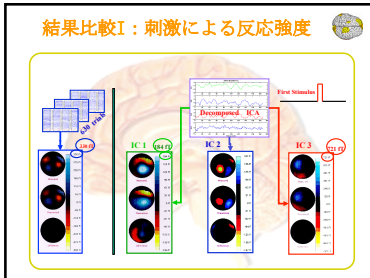
平均化処理について

- * 信号/雑音比が向上される。
- * 有用な脳内情報が失ってしまう。

ICAによる単試行データの処理

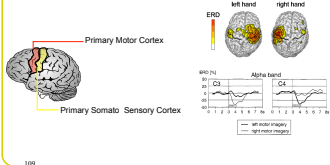
単試行処理の方式：

- (1) 試行ごとICPWHICAの適用[単試行のサンプル数が多い]
- (2) 多試行データへICPWHICAの適用あと、試行ごと成分を推定する。
- (3) 試行ごと推定した成分を平均化処理すること。



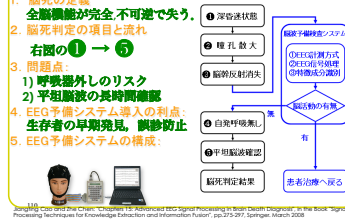
BCI実験課題(MI)

- 運動想起 (Motor Imagery: MI課題)
- MIとは左右手足の運動想起による反応
- 反応場所: C3, C4



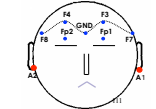
III_3. EEGによるBDD

1. 脳死の定義
全脳機能が完全不可逆で失う。
2. 脳死判定の項目と流れ
右図の① → ⑤
3. 問題点
1) 呼吸器外しのリスク
2) 平坦脳波の長期間確認
4. EEG予備システム導入の利点:
生存者の早期発見、誤診防止
5. EEG予備システムの構成。



EEG recording

- Recording place: Shanghai Huashan Hospital in affiliation with Fudan University
- Recording environment: ICU, at the bedside of patient
- Recording duration: June 2004 to March 2006
- (JSPS & NSFC joint research Project: Prof. Fanji GU, & Jianfeng Cao)
- Recorded number: 35 patients with 64 sessions (patients in a deep-coma state)
- Equipment: a portable NEUROSCAN ESI system
- Electrodes: 6 electrodes: GND, A1+A2 Ref.
- Sampling frequency: 1000 Hz
- Filteing: none
- Resistances: < 5k Ω or < 5k Ω

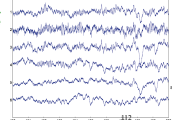


Patient (A)'s symptom and EEG recording

- 18-year-old male patient (May 20, 2004)
- with a primary cerebral disease
- Coma test: lost consciousness, in a deep-coma state
- Pupil test: dilated.
- Brainstem test: no reflexes.
- Respiratory machine was used, but Apnea test hasn't done
- The symptom was very similar to a brain-death case.

Under the family's agreement,
EEG pre-examination was made
in ICU at the bedside of patient.

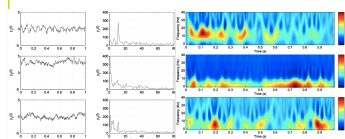
- Three times EEG recording,
each one approximately
in 5 min.
- A time window of 10 sec.
(190s-200s) EEG data.



Patient (A): (June 22, 2004)

Result I: used FA+ICA algorithms

Decomposed 3 components in the time and/or frequency domain.

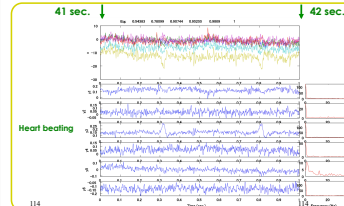


A 12.5 Hz alpha-wave component has been extracted

Jiangfeng Cao and Fanji Gu: "Analysis of the quasi-brain-death EEG data based on a robust ICA approach". Springer-Verlag, ISBN 3-540-40540-1, Lecture Notes in Artificial Intelligence, Vol. 4253, No. 3, Springer, pp. 1340-1347, Oct. 2006.

Patient (B): (Oct. 19, 2005)

The symptom was very similar to a brain-death case.
Result II: used FA+ICA algorithms and others



Summary of ICA result for 35 patients

Table 1. The results of extracted brain activities from 19 patients (α band: 1-4 Hz, θ band: 4-8 Hz, α band: 8-12 Hz, β band: 15-30 Hz).

no.	gender	age	extracted brain waves
1	male	18	α -wave, θ -wave, α -wave
2	male	40	α -wave
3	male	45	α -wave, α -wave
4	male	40	α -wave
5	female	44	α -wave
6	female	23	α -wave
7	male	48	α -wave
8	female	17	α -wave
9	male	16	α -wave, θ -wave
10	male	40	α -wave
11	female	34	α -wave, θ -wave, α -wave, β -wave
12	male	79	α -wave
13	male	48	α -wave, α -wave
14	female	73	α -wave
15	male	44	α -wave, α -wave
16	male	83	α -wave, θ -wave
17	female	47	α -wave, α -wave
18	female	32	α -wave
19	male	37	α -wave

1. ICA result is almost identical to the clinical diagnosis.
2. The patients are categorized into two groups.
3. Coma group: 19 patients, quasi-brain-death 16 patients (18 cases)

