

演習(3)

提出方法：WebClass を通じて提出すること，提出期限：原則として次回講義日前日（火曜日）午後 6 時（遅れての提出は受け付けられません）．講義時間には受け付けないので注意すること．HP（<http://www.sit.ac.jp/user/kobayasi/class2.html>）からもダウンロード可．

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. ①～⑤で示された空白の部分に正しく記入して完成させなさい．

以下の手順で，極座標表示された曲線 $r = r(\theta)$ の曲線の弧の長さを求める公式を導くことを考える．

極座標 (r, θ) と (x, y) の関係は $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ なので，

$$dx = \frac{\partial x}{\partial r} dr + \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta = \textcircled{1} \quad (1 \text{ 点})$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial r} dr + \frac{\partial y}{\partial \theta} d\theta = \textcircled{2} \quad (1 \text{ 点})$$

これより，線素を ds とすれば

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 = \textcircled{3} \quad \} (d\theta)^2 \quad (1 \text{ 点})$$

の関係が得られる．したがって，角 $\theta = \alpha$ から $\theta = \beta$ ($\alpha < \beta$) までの曲線の弧の長さ l は

$$l = \int ds = \textcircled{4} \quad (1 \text{ 点})$$

で与えられる．

この公式を適用して，カルジオイド（心臓形） $r = a(1 - \cos\theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) の全長を計算すると，

$$l = \textcircled{5}$$

が得られる．